

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
Campus Blumenau

## Física Geral III

Aula Teórica 09 (Cap. 26 parte 3/3):  
 1) Cálculo do campo a partir do potencial.  
 2) Energia potencial elétrica de um sistema de cargas.  
 3) Um condutor isolado.

Prof. Marcio R. Loos

---

---

---

---

---

---

---

---

### Cálculo do campo a partir do potencial

“ Já aprendemos a calcular o potencial elétrico a partir do campo:

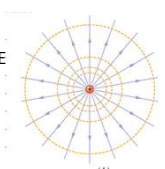
$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

“ Aprenderemos o procedimento contrário:  
 Calcular o campo elétrico a partir do potencial!

“ De certa forma já resolvemos este problema ao desenharmos superfícies equipotenciais com base nas linhas de campo.

As superfícies equipotenciais indicam a variação de E

Deve haver uma forma matemática (e não gráfica) para se obter E a partir de V



(b)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

### Cálculo do campo a partir do potencial

“ A Fig. mostra seções transversais de superfícies equipotenciais.

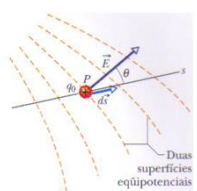
“ A ddp entre cada par de superfícies é  $dV$ .

“ O campo E em qualquer ponto P é **perpendicular à superfície equipotencial** que passa por P.

“ Imagine que uma carga teste  $q_0$  se mova  $d\vec{s}$  para chegar de uma superfície equipotencial para outra adjacente.

“ De acordo com a eq.  $\Delta V = -\frac{W_f}{q_0}$ ,

“ o trabalho realizado pelo campo sobre a carga teste será  $dW_f = -q_0 dV$



Duas superfícies equipotenciais

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

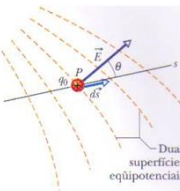
---

### Cálculo do campo a partir do potencial

Com base na fig., podemos ainda escrever:

$$dW_{if} = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$dW_{if} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$dW_{if} = q_0 E \cos \theta ds \quad ; \quad dW_{if} = -q_0 dV$$


Igualando as duas eq., temos

$$-q_0 dV = q_0 E \cos \theta ds$$

$$E \cos \theta = -\frac{dV}{ds} \quad \text{Componente de E ao longo de um eixo passando por ds}$$

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s} \quad \text{A derivada parcial indica que a eq. considera a variação de V ao longo do eixo s!}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Cálculo do campo a partir do potencial

A eq.

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

É o inverso de

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Em palavras:  
 "O componente de **E** em qualquer direção é o negativo da taxa de variação do potencial elétrico com a distância naquela direção"

Para um sistema 3D (x,y,z) valem as equações:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exercício 1/2

O potencial elétrico de um dado sistema é dado por

$$V = 3x^2y + y^2 + yz$$

com V em volts. Determine a componente x do campo elétrico criado por tal sistema.

**Resolução:**

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} (3x^2y + y^2 + yz)$$

$$E_x = -\frac{\partial}{\partial x} (3x^2y)$$

$$E_x = -3y \frac{d}{dx} (x^2) \quad E_x = -6xy$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exercício 2/2

O potencial elétrico em um ponto sobre o eixo central de um disco uniformemente carregado é dado pela Eq. 24-37,

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{z^2 + R^2} - z).$$

A partir dessa equação, determine uma expressão para o campo elétrico em qualquer ponto sobre o eixo do disco.

Resposta  $= \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

“ Considere que uma partícula  $q_1$  é trazida do infinito até um ponto qualquer:

 $\infty$  $q_1$ 

“ Não realizamos nenhum trabalho sobre  $q_1$  para movê-la até sua posição: **não existe nenhuma força eletrostática agindo sobre  $q_1$ !**

“ A carga  $q_1$  irá criar um campo  $E_1$  em um ponto P ao seu redor



“ Sabemos que o potencial vale

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$$

---

---

---

---

---

---

---

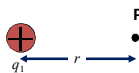
---

---

---

## Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

“ Imagine que uma outra partícula,  $q_2$ , seja trazida do infinito até o ponto P

 $\infty$  $q_2$ 

“ Como  $q_1$  está criando um campo ao seu redor, devemos realizar trabalho sobre o campo para deslocar  $q_2$  até P.

“ Esse trabalho será armazenado na forma de energia potencial elétrica. Esta poderá ser liberada na forma de energia cinética...

“ O trabalho realizado para deslocar  $q_2$  vale

$$W = q_2 V_1$$

Eliminamos o sinal negativo, pois estamos interessados no trabalho realizado CONTRA o campo e não pelo campo.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

Assim, a energia potencial elétrica do par de cargas vale:

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}$$

$$W = q_2 V_1$$

$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

**U é positivo para cargas de sinais iguais:**  
 As cargas se repelem e um trabalho positivo deve ser realizado (por um agente externo) para aproximar as cargas.

**U é negativo para cargas de sinais opostos:**  
 As cargas se atraem espontaneamente e uma força deve ser aplicada para manter a 2ª carga estacionária.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Energia potencial elétrica de um sistema de cargas

Para mais de duas cargas num sistema, a energia potencial total será dada pela **soma ALGÉBRICA** da energia potencial de todos os **pares de carga**

$$U = U_{12} + U_{13} + U_{23}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3}{r_{23}}$$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Exercício**

A Fig. 24-16 mostra três cargas pontuais mantidas fixas no lugar por forças não-especificadas. Qual é a energia potencial elétrica  $U$  desse sistema de cargas? Suponha que  $d = 12$  cm e que

$$q_1 = +q, \quad q_2 = -4q, \quad \text{e} \quad q_3 = +2q,$$

onde  $q = 150$  nC.

**Resposta**

$U = -17$  mJ

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos
Física Geral III
loos.prof@ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Um Condutor isolado**

" Vimos que  $E=0$  dentro de um condutor isolado.

" Qualquer excesso de carga se desloca para a superfície do condutor.

" Provaremos o seguinte:

" **"Um excesso de carga colocado num condutor isolado se distribuirá por sua superfície, até que os pontos do condutor (interior e superfície) atinjam o mesmo potencial"**

" A prova é direta:

$$V_f - V_i = - \int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$

" Como  $E=0$  dentro do condutor...  $V_f = V_i$  para qualquer par de pontos  $i$  e  $f$  no condutor!

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos
Física Geral III
loos.prof@ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

**Um condutor isolado**

" A Fig. mostra os graficos de  $V(r)$  e  $E(r)$  para uma casca esférica. (a)

" A curva de  $E(r)$  pode ser obtida por derivação de  $V(r)$ ...

" ... a curva de  $V(r)$  pode ser obtida por integração de  $E(r)$ .

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos
Física Geral III
loos.prof@ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

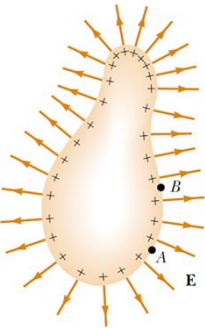
---

---

---

### Um condutor isolado

- ~ A carga de um condutor irregular não se distribui uniformemente sobre sua superfície.
- ~ Em pontos agudos, onde o raio de curvatura é pequeno e a superfície é convexa (quinas), a densidade de cargas será maior (fig.).
- ~ O **campo elétrico externo** a tais pontos é **proporcional à densidade de cargas** superficial e será maior em quinas!



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

---

---

---

---

---

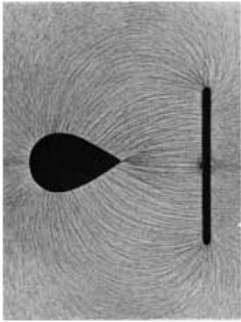
---

---

---

### Um condutor isolado

- ~ O ar ao redor destas **pontas** pode se ionizar (se o céu estiver carregado) e centelhas podem ser observadas.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

---

---

---

---

---

---

---

---

### Um condutor isolado



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

---

---

---

---

---

---

---

---

**Um condutor isolado**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 19

---

---

---

---


---

---

---

---

**Tesla Orchestra: It's a musical group that uses tesla coils to convert music into lightning**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 20

---

---

---

---

---

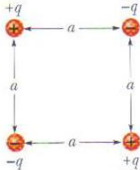
---

---

---

**Exercício**

“ Deduza uma expressão para o trabalho necessário para formarmos a configuração das quatro cargas da fig. abaixo, supondo que as cargas estão, de início, infinitamente afastadas.



**Resposta**

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} (-4 + \sqrt{2})$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 21

---

---

---

---

---

---

---

---

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

**Capítulo 26:** 5, 6, 9, 11, 13, 14

**Capítulo 26:** 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41

**Capítulo 26:** 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: [loos.prof.ufsc.br](http://loos.prof.ufsc.br) e-mail: [marcio.loos@ufsc.br](mailto:marcio.loos@ufsc.br)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Prof. Loos

Física Geral III

[loos.prof.ufsc.br](http://loos.prof.ufsc.br)

22

---

---

---

---

---

---

---

---