

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
Campus Blumenau

## Física Geral III

**Aula Teórica 13 (Cap. 29):**

- 1) Força eletromotriz  $\epsilon$
- 2) Cálculo da corrente em um circuito de uma malha: Método da Energia e Método do Potencial
- 3) Resistências em série
- 4) Circuitos com mais de uma malha
- 5) Resistências em paralelo
- 6) Circuitos RC: carregando e descarregando um capacitor

Prof. Marcio R. Loos

---

---

---

---

---

---

---


---

---

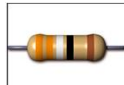
---

### Bombeamento de cargas


Como podemos criar uma corrente elétrica num resistor?




+



Corrente instável



+



Corrente estável

A bateria é uma **fonte de tensão (fonte)**.

Dizemos que uma fonte produz uma **força eletromotriz  $\epsilon$** : realiza trabalho sobre portadores de carga (+) e mantém uma ddp entre seus terminais.

Uma fonte pode ser imaginada como uma "bomba de cargas".

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof@ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### FEM $\epsilon$

A fem da fonte pode ser representada como uma seta apontando de "-" para "+".

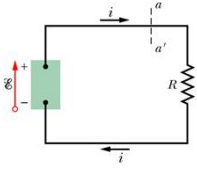
O círculo diferencia a flecha de corrente.

A fonte faz com que os portadores de carga (PDC,+) sejam transferidos do "-" para "+".

Os PDC se movem de uma região de **baixo potencial** para outra de **alto potencial**.

Como esse movimento é contrário ao que se espera devido ao campo E, **trabalho deve ser realizado sobre os PDC**.

Esse trabalho é realizado pela energia no interior da fonte.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof@ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

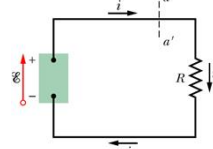
---

---

---

### FEM $\epsilon$

" Considere  $aa'$  na fig. ao lado.  
 " Em um intervalo de tempo  $dt$  uma carga  $dq$  passará por  $aa'$ .  
 " Para que  $dq$  (N PDC) se mova de " $-$ " para " $+$ ", a fonte deve realizar um trabalho  $dW$ .  
 " Lembre da relação  $dW = dqV$   
 " A fem da fonte é **definida** como  $\epsilon = \frac{dW}{dq}$  Definição de fem  $\epsilon$   $[\epsilon] = \frac{J}{C} = [V]$



A **fem** de uma fonte é o **trabalho por unidade de carga** que a fonte realiza para transferir os PDC de " $-$ " para " $+$ ".

" **Fonte ideal:** não apresenta resistência ao movimento de PDC de um terminal para o outro.  $ddp=fem$ . Se  $fem=9,0\text{ V}$   $ddp=9,0\text{ V}$ .  
 " **Fonte real:** apresenta resistência interna ao movimento de PDC. Fonte desligada:  $ddp=fem$ . Fonte ligada:  $ddp < fem$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

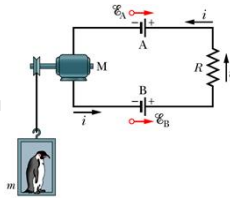
---

---

---

### Exercício: FEM $\epsilon$

O circuito a seguir contém duas baterias ideais recarregáveis A e B, uma resistência R e um motor elétrico M que pode levantar um objeto usando a energia que ele obtém dos portadores de carga no circuito. Que afirmação é correta?



A. A bateria B perde energia química  
 B. A bateria B recarrega a bateria A  
 C. A bateria B fornece energia para o motor M  
 D. A bateria B fornece energia para aquecer R  
 E. Todas afirmações acima estão corretas

Note que:  
 As baterias tendem a fazer as cargas circularem em sentidos opostos.  
 A bateria de maior fem determina o sentido da corrente.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

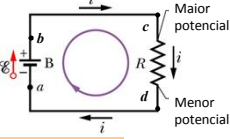
---

---

### Cálculo da corrente em um circuito de uma malha

#### Método da Energia

" No circuito ao lado a fonte B é ideal.  
 " Sabemos que  $dW=Pdt$ .  
 " A eq.  $P = Ri^2$  indica que num intervalo  $dt$  uma energia  $Ri^2 dt$  é dissipada no resistor.  
 " Durante  $dt$  uma quantidade de carga  $dq=idt$  atravessou a fonte B.  
 " O trabalho realizado pela fonte sobre  $dq$  vale  $dW = \epsilon dq = \epsilon idt$   
 " O **trabalho realizado pela fonte** deve ser igual à **energia dissipada no resistor**:  
 $i^2 R dt = \epsilon idt \therefore \epsilon = Ri \quad i = \frac{\epsilon}{R}$  Conservação da energia



$\epsilon$  é a energia por unidade de carga que a fonte transfere para as cargas em movimento no circuito.  
 $iR$  é a energia por unidade de carga que as cargas transferem para o resistor.  
 A energia transferida para as cargas é igual à energia transferida pelas cargas.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Cálculo da corrente em um circuito de uma malha

#### Método do Potencial

Imagine que percorremos o circuito ao lado em um sentido qualquer e **somamos algebricamente as ddp** encontradas no caminho.

Ao voltarmos ao ponto de partida, teremos voltado ao potencial inicial.

Válido para qualquer malha fechada em qualquer circuito.

**Lei das malhas de Kirchhoff:** A soma algébrica das variações de potencial encontradas ao percorrer uma malha fechada é sempre zero!

**Regra das resistências:** Quando atravessamos uma resistência no sentido da corrente a variação do potencial é  $-iR$ ; quando atravessamos a resistência no sentido oposto, a variação é  $+iR$ .

**Regra das fontes:** Quando atravessamos uma fonte ideal do terminal "−" para o "+", a variação do potencial é  $+\epsilon$ ; quando atravessamos uma fonte no sentido oposto, a variação é  $-\epsilon$ .

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Cálculo da corrente em um circuito de uma malha

#### Aplicação do Método do Potencial

□ Ddp nos ramos: sentido anti-horário

$V_b - \epsilon = V_a \therefore V_b - V_a = V_{ba} = \epsilon$   
 $V_a = V_d \therefore V_a - V_d = V_{ad} = 0$   
 $V_d + iR = V_c \therefore V_d - V_c = V_{dc} = -iR$   
 $V_c = V_b \therefore V_c - V_b = V_{cb} = 0$

$\sum_{\text{circuito fechado}} \Delta V = V_{ba} + V_{ad} + V_{dc} + V_{cb} = 0$

$\sum_{\text{circuito fechado}} \Delta V = \epsilon + 0 - iR + 0 = 0$

$\epsilon - iR = 0 \quad i = \frac{\epsilon}{R}$  Mesmo resultado obtido pelo método da energia!

□ Ddp nos ramos: sentido horário

**SUA VEZ!!!**

**(Slide a seguir)**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Cálculo da corrente em um circuito de uma malha

#### Aplicação do Método do Potencial

□ Ddp nos ramos: sentido horário

$V_{da} = V_a - V_a = 0$   
 $V_{cd} = V_c - V_d = iR$   
 $V_{bc} = V_b - V_c = 0$   
 $V_{ab} = V_a - V_b = -\epsilon$

$\sum_{\text{circuito fechado}} \Delta V = 0 + iR + 0 - \epsilon = 0$

$iR - \epsilon = 0$   
 $i = \frac{\epsilon}{R}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

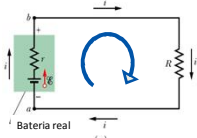
### Uma bateria real

Baterias reais (Fig. a) tem **resistência interna** ao movimento interno de cargas.

Aplicando a regra das malhas, temos:  $\mathcal{E} - ir - iR = 0$   $i = \frac{\mathcal{E}}{R+r}$

Qual a ddp entre os pontos b e a?  $V_a + \mathcal{E} - ir = V_b$   $V_b - V_a = \mathcal{E} - ir$

$V_b - V_a = \mathcal{E} - \left(\frac{\mathcal{E}}{R+r}\right)r$   $V_b - V_a = \frac{\mathcal{E}}{R+r}R$



A bateria REAL é desenhada como uma bateria IDEAL + r

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

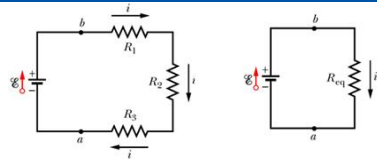
---

---

---

---

### Resistências em série



**R em série:** a corrente  $i$  é a mesma em todas as resistências.

$i = i_1 = i_2 = i_3$

**R em série:** a soma das ddp das resistências é igual ao V aplicado.

$\mathcal{E} - iR_1 - iR_2 - iR_3 = 0$   $i = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2 + R_3}$  Resistências em série

$\mathcal{E} - iR_{eq} = 0$   $i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$   $R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$   $R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

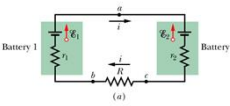
---

### Exercício: Múltiplas baterias

Considere o circuito ao lado.

a) Qual a corrente  $i$  do circuito?

b) Qual a ddp entre os terminais das baterias?



**Resolução:**

Usamos a regra das malhas para obter a corrente  $i$ : (sentido anti-horário)

$-\mathcal{E}_1 + ir_1 + iR + ir_2 + \mathcal{E}_2 = 0$   $\mathcal{E}_1 = 4.4V$   $\mathcal{E}_2 = 2.1V$

$i = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + R + r_2} = 0.24A$   $r_1 = 2.3\Omega$   $r_2 = 1.8\Omega$

Escrevemos uma expressão para a ddp:

Entre a-b (sentido horário):  $R = 5.5\Omega$

$V_b - ir_1 + \mathcal{E}_1 = V_a$   $V_a - V_b = -ir_1 + \mathcal{E}_1 = +3.8V$

Entre a-c (sent. Horário):

$V_a - \mathcal{E}_2 - ir_2 = V_c$   $V_a - V_c = \mathcal{E}_2 + ir_2 = +2.5V$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos com mais de uma malha

O circuito da fig. tem dois nós **b** e **d** e três ramos: **badb**, **bcdb**, **bd**.

Quais são as correntes nos 3 ramos?

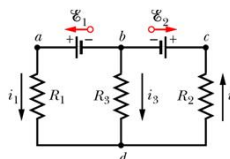
**Nó** - é qualquer ponto do circuito em que dois ou mais terminais (fios) se liguem.

**Ramo** - é o único caminho entre dois nós consecutivos.

**Malha** - é qualquer caminho fechado seguido sobre ramos de um circuito.

**Regra dos nós** - A soma das correntes que entram em um nó é igual a soma das correntes que saem.

Agora podemos calcular as correntes...



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 13

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos com mais de uma malha

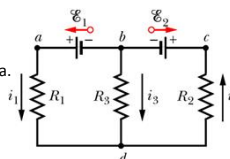
Determine os nós, ramos e malhas. badb:  $i_1$   
bcdb:  $i_2$   
bd:  $i_3$

Nomeie arbitrariamente as correntes: a corrente deve ter o mesmo valor em todos os pontos de um ramo.

As direções das correntes são arbitrárias: Correntes negativas significam direção oposta.

Regra dos nós (em d):  $i_1 + i_3 = i_2$

Use a regra dos nós à vontade: Geralmente o nº de vezes que podemos aplicá-la é uma a menos que o nº de nós no circuito.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos com mais de uma malha

Selecione uma malha e escolha uma direção arbitrária.

Seguindo a direção da corrente,  $iR < 0$  e a voltagem diminui;

O oposto ocorre percorrendo o sentido contrário ao da corrente;

fem será positiva quando percorrida de "-" para "+" e negativa no caso oposto.

Regra das malhas:

**badb**: anti-horário  $\epsilon_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0$

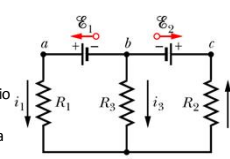
**bcdb**: anti-horário  $-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \epsilon_2 = 0$

Outras Malhas:

**badcb**: anti-horário  $\epsilon_1 - i_1 R_1 - i_2 R_2 - \epsilon_2 = 0$   
=badb+bcdb

**bcdb**: horário  $\epsilon_2 + i_2 R_2 + i_3 R_3 = 0$

Aplique a regra das malhas quantas vezes for preciso... desde que um novo elemento de circuito ou corrente surja nas eq.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos com mais de uma malha

Em geral, para resolver um circuito, o nº de equações independentes necessários a partir das duas regras (*nós e malhas*), é igual ao nº de correntes desconhecidas.

Solução:

$$i_1 + i_3 = i_2$$

$$\mathcal{E}_1 - i_1 R_1 + i_3 R_3 = 0$$

$$-i_3 R_3 - i_2 R_2 - \mathcal{E}_2 = 0$$

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_1 R_3 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad i_2 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 - \mathcal{E}_2 R_3 - \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3} \quad i_3 = \frac{-\mathcal{E}_2 R_1 - \mathcal{E}_1 R_2}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}$$

Teste as Eq.. Por ex. faça  $R_3 = \infty$   $i_3 < 0$ : o sentido é contrário ao na Fig.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Resistências em paralelo

Quando uma ddp é aplicada a resistências em paralelo, todas resistências terão mesma ddp V.

Regra dos nós na Fig. a:

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = V \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Regra das malhas na fig. b:

$$V - i R_{eq} = 0 \quad i = \frac{V}{R_{eq}} \quad \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \quad \text{Resistências em paralelo}$$

O inverso da resistência de resistores em paralelo é igual à soma dos inverso das resistências individuais.

A  $R_{eq}$  será sempre menor que a menor resistência da associação.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos RC: Carregando um Capacitor

Circuito RC: corrente varia com o tempo!  $q(t)$ !

Para carregar o capacitor, ligamos "a".

Regra das malhas:  $\mathcal{E} - iR - \frac{q}{C} = 0$

Mas  $i = \frac{dq}{dt}$

Substituindo e rearranjando:  $R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = \mathcal{E}$  Eq. de carga

Eq. diferencial: qual a função  $q(t)$ ?

Condições de contorno:  $q(t=0) = 0; \quad i(t=0) = \frac{\mathcal{E}}{R}; \quad q(\text{max}) = C\mathcal{E}; \quad i = 0;$

Logo:

$$\frac{dq}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} - \frac{q}{RC} \quad \frac{dq}{dt} = \frac{C\mathcal{E}}{RC} - \frac{q}{RC} \quad \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} dt$$

Integrando:

$$\int_0^q \frac{dq}{q - C\mathcal{E}} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \quad \ln\left(\frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}}\right) = -\frac{t}{RC} \quad \frac{q - C\mathcal{E}}{-C\mathcal{E}} = e^{-\frac{t}{RC}}$$


---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos RC: carregando um capacitor

$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$

**Capacitor carregando**

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}$

q(t) pode ser obtido experimentalmente medindo-se a ddp no capacitor  $V_c$ :

$V_c(t) = \frac{q(t)}{C} = \varepsilon(1 - e^{-t/RC})$

i(t) pode ser obtido experimentalmente medindo-se a ddp no resistor  $V_R$ :

$V_R(t) = i(t)R = \varepsilon e^{-t/RC}$

$t = 0: q = 0, V_c = 0, i = \varepsilon/R;$   
 $t \rightarrow \infty: q = C\varepsilon, V_c = \varepsilon, i = 0;$

**RC  $\equiv \tau$  Constante de tempo capacitiva**

$t = RC: q = C\varepsilon(1 - e^{-1}) = 0.63C\varepsilon; i = \varepsilon/Re^{-1} = 0.37 \varepsilon/R$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Circuitos RC: descarregando um capacitor

Circuito RC: corrente varia com o tempo! (q(t))

Para DEScarregar o capacitor, ligamos "b".

Regra das malhas:

$\frac{q}{C} - iR = 0$

Logo:

$R \frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C} \Rightarrow \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} dt$

Condições de contorno:

$q(t=0) = q_0$

Logo:

$\int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow \ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -\frac{t}{RC} \Rightarrow \frac{q}{q_0} = e^{-t/RC}$

Portanto:

$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$

**Capacitor descarregando**

$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{q_0}{RC} e^{-t/RC}$

$t = 0: q = q_0 = CV_0, i = q_0/RC;$   
 $t \rightarrow \infty: q = 0, i = 0;$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exercício: Circuito RC

Em um circuito RC série,  $V=12,0V$ ,  $R=1,40M\Omega$  e  $C=1,80\mu F$ .

(a) Calcule a constante de tempo.

(b) Determine a carga máxima que o capacitor pode receber.

(c) Quanto tempo é necessário para que a carga do capacitor atinja o valor de  $16,0\mu C$ ?

Resposta:

$q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC})$

a)  $\tau = 2,52s$

b)  $q = 21,6\mu C$

c)  $t = 3,40 s$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exercício: Circuito RC

•58 Um capacitor com uma carga inicial  $q_0$  é descarregado através de um resistor. Que múltiplo da constante de tempo  $\tau$  é o tempo necessário para que o capacitor descarregue (a) um terço da carga inicial; (b) dois terços da carga inicial?

Resposta:

a)  $t = 0,41 \tau$

b)  $t = 1,1 \tau$

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Exercício

••40 Na Fig. 27-51  $R_1 = 100 \Omega$ ,  $R_2 = R_3 = 50,0 \Omega$ ,  $R_4 = 75,0 \Omega$  e a força eletromotriz da fonte ideal é  $\mathcal{E} = 6,00 \text{ V}$ . (a) Determine a resistência equivalente. Determine a corrente (b) na resistência 1; (c) na resistência 2; (d) na resistência 3; (e) na resistência 4.

Resposta:

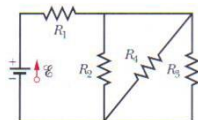
a)  $R_{eq} = 119 \Omega$

b)  $i_1 = 0,050 \text{ A}$

c)  $i_2 = 0,020 \text{ A}$

d)  $i_3 = 0,020 \text{ A}$

e)  $i_4 = 0,013 \text{ A}$




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## O que acontece quando um jacaré tenta comer uma enguia elétrica?

- (a) A enguia morre. (b) O jacaré morre.  
(c) O jacaré leva um choque. (d) Todas alternativas estão corretas.



Células nervosas especiais geram uma ddp  $\approx 0,14 \text{ V}$ .  
Uma enguia possui de 2 000 a mais de 10 000 mioeletroplacas.

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---



**Você já pode resolver os seguintes exercícios:**

Capítulo 26: 5, 6, 9, 11, 13, 14

Capítulo 26: 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41

Capítulo 26: 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70

Capítulo 27: 2, 4, 6, 8, 11, 12, 16, 17, 18, 21, 23, 26, 27, 29, 30

Capítulo 27: 36, 46, 47, 52, 60, 63, 64 e 65.

Capítulo 28: 1, 7, 9, 15, 16, 26, 27, 28, 44, 49, 53 e 57

**Capítulo 29: 7, 11, 15, 17, 28, 29, 32, 33, 37, 45, 48, 65, 67, 72, 74 e 75.**

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: [loos.prof.ufsc.br](http://loos.prof.ufsc.br) e-mail: [marcio.loos@ufsc.br](mailto:marcio.loos@ufsc.br)

UNIVERSIDADE FEDERAL  
DE SANTA CATARINA

Prof. Loos

Física Geral III

[loos.prof.ufsc.br](http://loos.prof.ufsc.br)

25

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---