UDESC Joinville

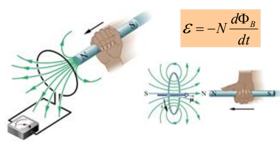
Física Geral III

Aula Teórica 20 (Cap. 33 parte 1/2):
1) Revisão sobre indução
2) Indutância
3) Indutância de um solenóide
4) Indutância de um toróide
5) Auto-indução
6) Indutores
7) Circuitos RL

Prof. Marcio R. Loos

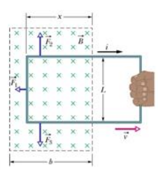
Revisão sobre indução

- **Lei de Faraday:** Um fluxo magnético variável através de uma espira induzirá uma fem na espira.
- **Lei de Lenz:** A direção da corrente induzida é de tal forma que cria um campo B induzido que se opõe a mudança de fluxo.
- **Indução e transferência de energia:** As forças na espira devido a corrente induzida se opõe ao seu movimento.
- O trabalho realizado puxando a espira aparece como energia térmica.
- Um **campo magnético variável** cria um **campo elétrico induzido**.



$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

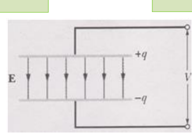
$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = Fv$$



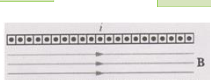
$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Comparação: Capacitores x Indutores

Capacitor	➡	Campo Elétrico



Indutor	➡	Campo Magnético



Indutância

Â **Indutância** é a capacidade de uma bobina (indutor) em criar o fluxo com determinada corrente que a percorre.

Â Para capacitores, definimos a capacitância: $C = \frac{q}{V}$ Definição de capacitância

Â Quando uma corrente i atravessa um indutor, um fluxo $\boldsymbol{\phi_B}$ surge em cada uma das espiras.

L descreve a proporcionalidade entre a corrente através da bobina e o fluxo magnético nela.

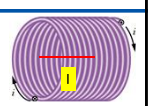
Â A indutância do indutor é definida como: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$ Definição de indutância

Â $\boldsymbol{N\phi_B}$ é o ***enlaçamento de fluxo magnético*** (fluxo concatenado).

$$[L] = \frac{T \cdot m^2}{A} = H\,(Henry)$$

Â Consideraremos que materiais magnéticos (que distorceriam as linhas de **B**) não existem nas proximidades de um indutor.

Indutância de um solenóide



Â Considere um solenóide longo com seção transversal A.

Â Qual a *indutância por unidade de comprimento* [H/m] próximo ao centro do solenóide?

Â Usaremos a eq.: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$

Â Devemos calcular o ***enlaçamento de fluxo*** ($\boldsymbol{N\phi_B}$) criado por uma corrente nos enrolamentos do solenóide.

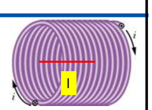
Â Considere um comprimento ***l*** próximo ao centro do solenóide.

Â Como $N = nl$ e $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$, o enlaçamento do fluxo vale:

$N\Phi_B = nl \int B\, dA \cos\theta$ $\quad N\Phi_B = (nl)BA$

Â O campo no interior do solenóide é dado por: $B = \mu_0 in$ $\quad N\Phi_B = (nl)\mu_0 inA$

Indutância de um solenóide



$N\Phi_B = (nl)\mu_0 inA$

Â A indutância será:

$L = \frac{N\Phi_B}{i}$ $\quad L = \frac{(nl)\mu_0 inA}{i}$ $\quad \therefore \quad L = \mu_0 n^2 Al$

Indutância - Solenóide

Â A indutância por unidade de comprimento próximo ao centro será:

$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$ Compare com a capacitância de um capacitor: $C = \frac{\varepsilon_0 A}{l}$

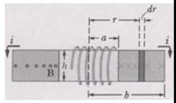
Â ***L*** só depende de fatores geométricos (como a capacitância).

Â Desprezamos a distorção de **B** nas extremidades do solenóide.

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T·m/A = $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m = 1.26 μH/m

Indutância de um Toróide

Å A fig. mostra a seção transversal de um toróide de N espiras.



Å Qual a indutância deste toróide?

Å Novamente, usaremos a definição de *L*: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$

Å Vimos (Cap. 31, aula 23/24) que ***B*** na seção transversal do toróide é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi}\frac{1}{r}$$

Å Calcularemos o *fluxo* (Φ_B) sobre a seção transversal do toróide.

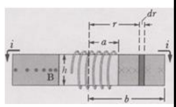
Å Para uma tira elementar de área ***h dr*** (fig.) temos:

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} \qquad \Phi_B = \int B\,dA\cos\theta \qquad \Phi_B = \int B\,dA$$

$$\Phi_B = \int_a^b B(h\,dr) \qquad \Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}(h\,dr)$$

Indutância de um Toróide

Å Integrando de a até b:



$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} \qquad \Phi_B = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

Å A indutância no toróide será:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \qquad L = \left(\frac{N}{i}\right)\frac{\mu_0 i N h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

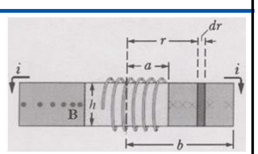
$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$ Indutância - Toróide

Å *L* depende apenas de fatores geométricos.

Å COPIE A EQUAÇÃO ACIMA!

Exercício

O toróide ao lado tem 738 espiras. Suas dimensões são *a = 47 mm*, *b = 86 mm* e *h = 18 mm*. Calcule a indutância deste toróide.

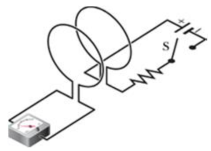


Resolução:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

Auto-indução

Â Vimos que, quando duas bobinas estão muito próximas, a variação de ***i*** numa bobina produzirá um fluxo magnético na segunda bobina.



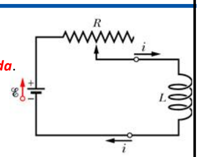
Variação de $\boldsymbol{\phi_B}$ ➡ Corrente/fem induzida

Â A variação de ***i*** numa bobina (e consequentemente $\boldsymbol{\phi_B}$) induzirá uma fem nela mesma. Isso é chamado de **auto-indução**.

Â **Processo de auto-indução:** Uma fem induzida $\boldsymbol{\varepsilon_L}$ aparece numa bobina (indutor) quando a corrente nesta bobina variar.

Auto-indução

Â A fig. representa o processo de auto-indução.



Â A ***fem*** que surge na bobina é chamada ***fem auto-induzida***.

Â A fem auto-induzida obedece a Lei de Faraday:

$$\varepsilon_L = -N\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{dN\Phi_B}{dt}$$

Â Da definição de indução, temos:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad \therefore \quad N\Phi_B = Li$$

Â Logo:

$$\varepsilon_L = -\frac{d(Li)}{dt} \quad \therefore \quad \varepsilon_L = -L\frac{di}{dt}$$

fem auto-induzida (bobina, solenóide, toróide)

Â Não importa o valor de *i*, mas sim sua taxa de variação.

Auto-indução

Â O sentido da ***fem auto-induzida*** é dado pela Lei de Lenz.

Â A fem auto-induzida atua de modo a ***se opor à variação que a produz***.

Â Na Fig. a corrente aumenta (**a**) ou diminui (**b**) a uma taxa ***di/dt***.

***i* cresce**
$\boldsymbol{\varepsilon_L}$ se opõe ao crescimento

***i* diminui**
$\boldsymbol{\varepsilon_L}$ se opõe a diminuição

Auto-indução

Vimos que:

Å Fluxos magnéticos variáveis (**dϕ_B /dt**) geram um **campo elétrico induzido**.

Å O ***potencial elétrico*** não tem significado para *campos elétricos induzidos*.

De forma similar:

Å Quando uma *fem auto-induzida* é produzida num indutor, não podemos definir um potencial no interior deste indutor, onde há um **dϕ_B /dt**.

Å Podemos definir um potencial em **pontos fora desta região**, onde **E** no fio é causado por ***distribuições de carga***!

Å Definimos V_L como a ddp entre os terminais do indutor (fora da região de fluxo).

Å Para um indutor de resistência nula: $V_L = \varepsilon_L$.

Exercício

Qual afirmação abaixo descreve a corrente através do indutor na figura se a fem induzida aponta como mostrado?

A. Constante e para a direita $\varepsilon_L = 0$

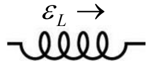
B. Constante e para esquerda $\varepsilon_L = 0$

C. Aumentando e para direita $\leftarrow \varepsilon_L$

D. Diminuindo e para esquerda $\leftarrow \varepsilon_L$

E. Aumentando e para a esquerda $\varepsilon_L \rightarrow$

$\varepsilon_L \rightarrow$



Resposta/resolução

Indutores

Å Indutores são dispositivos usados para **produzir campos magnéticos** em determinada região do espaço.

Å Servem para armazenar energia no campo magnético.

Å São constituídos normalmente por uma bobina.

Å São feitos enrolando um fio isolado ao redor de um núcleo (o indutor é um eletroímã). O núcleo pode ser ar.

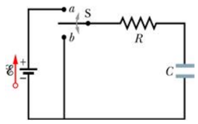
Å Principais aplicações incluem uso em:

- Filtros (atenuam (limitam) a corrente de entrada para a saída de acordo com a frequência) [filtro passa-baixa ou passa-alta).
- Recepções e transmissões de rádio.
- Circuitos ressonantes.

Pesquise!
p/ saber mais

Circuitos RL
RELEMBRANDO O CIRCUITO RC

Â Vimos que, para um circuito RC:



Circuíto RC

$q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$ Capacitor carregando

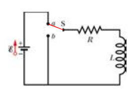
$q(t) = q_0 e^{-t/RC}$ Capacitor descarregando

$\tau = \tau_c = RC$ Constante de tempo capacitiva

Â A cte de tempo τ_c descreve tanto o **decréscimo** quanto o **aumento** de carga.

Â Veremos a seguir que a situação é similar para um circuito **RL**.

Circuitos RL



Â A fig. mostra um circuito **RL**.

Â Ao fechar a chave “a”, a corrente começa a crescer no resistor.

Â Sem o indutor, a corrente atingiria seu valor estacionário ***ε/R*** rapidamente.

Â Devido ao indutor, uma fem auto-induzida ε_L surge.
Â ε_L se opõe ao aumento de *i* (Lei de Lenz).

Â **R** fica sujeito à diferença entre duas fems: $\varepsilon = cte$ fem da bateria — Sentidos contrários

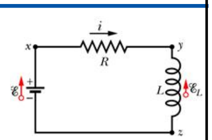
$\varepsilon_L = L\frac{di}{dt}$ fem auto-induzida

Â Devido ao indutor, a corrente em R será **menor** que ***ε/R***.

Â Quanto mais tempo passa, menor a taxa *di/dt* e logo a ε_L.

Circuitos RL

Â Aplicando a regra das malhas ao circuito RL com a chave em “a”, temos:



$$\mathcal{E} - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

Â Resolvendo a eq. diferencial para i(t), encontramos:

$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$ Crescimento de corrente

$\tau_L = \frac{L}{R}$ Constante de tempo indutiva

Compare com:

$\tau_c = RC$ Constante de tempo capacitiva

Quando $t=\tau_L=L/R$:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-1}) = 0{,}63\frac{\mathcal{E}}{R}$$

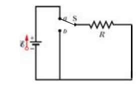
τ_L é o tempo necessário para que *i* atinja 63% do seu valor de equilíbrio.

$$[\tau_L] = \frac{H}{\Omega} = \frac{H}{\Omega}\left(\frac{V\,s}{H\,A}\right)\left(\frac{\Omega\,A}{V}\right) = s \qquad \left[\frac{\varepsilon_L\,t}{L\,i}\right] = \left(\frac{V\,s}{H\,A}\right) \qquad \left[\frac{Ri}{V}\right] = \left(\frac{\Omega\,A}{V}\right)$$

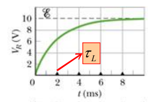
Circuitos RL

Å Para *t* grande (t -> ∞) $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ Indutor atua como um fio. $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

Å Quando t é pequeno (zero), *i* = 0. Indutor atua como um circuito aberto.

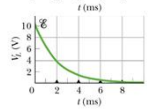


Å A corrente começa de zero e aumenta até um máximo de ***i= ε/R*** com uma constante de tempo de τ_L.



Å A voltagem no resistor é:

$$V_R = iR = \mathcal{E}(1 - e^{-Rt/L})$$

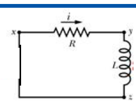


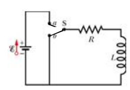
Å A voltagem no indutor é:

$$V_L = \mathcal{E} - V_R = \mathcal{E} - \mathcal{E}(1 - e^{-Rt/L}) = \mathcal{E}\, e^{-Rt/L}$$

Circuitos RL

Å O que acontece quando a chave S é deslocada de *a* para *b*?

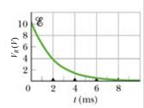




Å Tínhamos, de acordo com a regra das malhas:

$$\mathcal{E} - iR - L\frac{di}{dt} = 0$$

Å Teremos agora: $iR + L\frac{di}{dt} = 0$



Å O decaimento de corrente é então dado por:

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L} = i_0 e^{-Rt/L}$$

Decaimento de corrente

i_0 =i(t=0)

Å Voltagem no resistor: $V_R = iR = \mathcal{E}\, e^{-Rt/L}$

Å Voltagem no indutor: $V_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{\mathcal{E}}{R}\frac{d}{dt}e^{-Rt/L} = -\mathcal{E}\, e^{-Rt/L}$

Exercício

Um solenóide tem uma indutância de *39 mH* e uma resistência de *0,28 Ω*. Se o ligarmos a uma bateria, quanto tempo levará para a corrente atingir um terço do seu valor final de equilíbrio? [***t = 56 ms***]

Resolução $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

Corrente de equilíbrio: t=∞ $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L}) = \frac{1}{3}\frac{\mathcal{E}}{R} \qquad t = -\frac{L}{R}\ln\left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 33: 1, 5, 6, 8, 9, 13, 18, 19, 22, 29, 30, 33, 35, 37, 38 e 42.

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.
Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):
web: *loos.prof.ufsc.br* e-mail: *marcio.loos@ufsc.br*