

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

Aula Teórica 21 (Cap. 33 parte 2/2):

- 1) Energia armazenada num Campo Magnético
- 2) Densidade de energia de um campo magnético
- 3) Comportamento de um indutor num circuito

Prof. Marcio R. Loos

Energia armazenada num Campo Magnético

- “ Ao levantarmos uma caixa do chão e a colocarmos sobre uma mesa, o trabalho realizado para levantar a caixa fica armazenado como **energia potencial gravitacional** no **campo gravitacional** da Terra.
- “ Quando duas cargas (+ e -) são afastadas, trabalho deve ser realizado e este fica armazenado na forma de **energia potencial elétrica** no **campo elétrico**.
- “ Energia pode também ser armazenada no campo magnético!
- “ Dois fios longos transportando corrente de mesmo sentido se atraem (ou 2 ímãs).
- “ Para afastar os fios, trabalho deve ser realizado.
- “ Este trabalho fica armazenado como **energia magnética** no **campo magnético** (das correntes).
- “ **Mas como calcular a energia armazenada num campo magnético?**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof@ufsc.br

Energia armazenada num Campo Magnético

- “ Considere o circuito ao lado.
- “ De acordo com a lei das malhas, temos:

$$\mathcal{E} = iR + L \frac{di}{dt}$$
- “ Multiplicando a eq. acima por i , obtemos:

$$\mathcal{E}i = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$

↑ Taxa com que a energia é fornecida pela bateria

↑ Taxa com que a energia é dissipada no resistor

↑ Taxa com que a energia é armazenada no campo magnético

A energia que não aparece como energia térmica deve ficar armazenada no campo B do indutor!
Conservação da Energia

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof@ufsc.br

Energia armazenada num Campo Magnético

“ Potência é a taxa com que trabalho é realizado:

$$P = \frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}$$

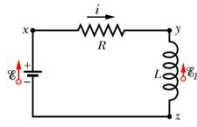
“ Logo $dU_B = Li \, di$ ou

$$\int_0^i dU_B = \int_0^i Li \, di$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2$$

**Energia magnética
(energia no campo B)**

$$\mathcal{E}i = i^2 R + Li \frac{di}{dt}$$



“ U_B é a energia total armazenada num indutor L transportando uma corrente i .

“ Compare U_B com U_C , a energia armazenada num capacitor:

$$U_C = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Exercício

$U_B = \frac{1}{2} Li^2$
 $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})$

Uma bobina tem uma indutância de 70 mH e uma resistência de $0,47 \, \Omega$.

(a) Se uma fem de $9,0 \text{ V}$ for aplicada, qual será o valor da energia armazenada no campo magnético depois que a corrente atinge seu valor de equilíbrio? **[$U_B = 13 \text{ J}$]**

(b) Depois de quantas constantes de tempo terá sido armazenado um terço da energia de equilíbrio? **[$t = 0,87 \tau_L$]**

Resolução

(a) Corrente de equilíbrio: $t = \infty$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = \frac{\mathcal{E}}{R} = 19 \text{ A}$ $U_B = \frac{1}{2} Li^2 = 13 \text{ J}$

(b) $U'_B = \frac{1}{3} U_B$ $U_B = \frac{1}{2} Li^2$ $\frac{1}{2} Li'^2 = \left(\frac{1}{3}\right) \frac{1}{2} Li^2$ $\left[\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})\right]^2 = \left(\frac{1}{3}\right) \left[\frac{\mathcal{E}}{R}\right]^2$

$$1 - e^{-t/\tau_L} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad t = 0,87 \tau_L$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Exercício

Num circuito RL em série, $R = 27,2 \, \Omega$ e $L = 4,23 \text{ H}$. Uma fem de $12,0 \text{ V}$ é subitamente aplicada ao circuito. Para $t = 0,156 \text{ s}$ (que é o valor de uma constante de tempo indutiva):

(a) Qual é a taxa P com a qual a energia é fornecida pela bateria? **[$P = 3,34 \text{ W}$]**

(b) A que taxa P_R a energia térmica aparece no resistor? **[$P_R = 2,12 \text{ W}$]**

(c) A que taxa P_B a energia é armazenada no campo magnético? **[$P_B = 1,22 \text{ W}$]**

Resolução

(a) $P = \mathcal{E}i$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})$ $P = \frac{\mathcal{E}^2}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = 0,63 \frac{\mathcal{E}^2}{R} = 3,34 \text{ W}$

(b) $P_R = Ri^2$ $P_R = R \left[\frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L})\right]^2 = 2,12 \text{ W}$

(c) $P_B = \frac{dU_B}{dt} = Li \frac{di}{dt}$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-t/\tau_L}) = 0,278 \text{ A}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{d(1 - e^{-t/\tau_L})}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} \left(e^{-t/\tau_L} \frac{1}{\tau_L} \right) = 1,04 \text{ A/s} \quad \Rightarrow \quad P_B = 1,22 \text{ W}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br

Densidade de energia de um campo magnético

- ~ Ao definirmos a **energia magnética**, consideramos que o campo era criado por um **indutor L**.
- ~ Voltaremos nossa atenção para o próprio campo **B** (independente da fonte);
- ~ Derivaremos uma expressão para a **densidade de energia magnética** ($u_B = U_B / Vol.$)
- ~ Considere um comprimento l próximo ao centro do solenóide de seção transversal de área **A**.
- ~ $Vol = Al$

$$u_B = \frac{U_B}{Vol} = \frac{U_B}{Al}$$

$$U_B = \frac{1}{2} Li^2 \quad u_B = \frac{Li^2}{2Al} = \frac{i^2 L}{2A l}$$

$$\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A \quad u_B = \frac{\mu_0 n^2 i^2}{2} \quad B = \mu_0 n i$$

$$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Densidade de energia magnética

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA | Prof. Loos | Física Geral III | loos.prof@ufsc.br

Densidade de energia de um campo magnético

$u_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Densidade de energia magnética

- ~ Válida para todas as configurações de campo magnético (não só solenóide).
- ~ Compare com a densidade de energia armazenada num campo elétrico:

$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Energia armazenada no campo elétrico (qq geometria)

- ~ Em ambos casos, **u** é proporcional ao quadrado do campo.

Solenóide X Capacitor
B X E

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA | Prof. Loos | Física Geral III | loos.prof@ufsc.br

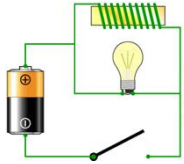
Comportamento de um indutor num circuito

- ~ Considere o circuito ao lado:
- ~ A lâmpada é um resistor (tem resistência interna).
- ~ O fio no indutor tem resistência muito menor.
- ~ **Espera-se que, ao ligar o interruptor, a lâmpada brilhe muito fracamente.**
- ~ A corrente "deveria" seguir o caminho de baixa resistência, através do indutor.
- ~ Mas ao ligar o interruptor, **a lâmpada brilha intensamente e, na seqüência, fica mais fraca.** Devido ao *indutor*, a corrente em R será **menor** que ϵ/R .
- ~ Quando o interruptor é desligado, a lâmpada brilha com intensidade e, então, desliga rapidamente.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA | Prof. Loos | Física Geral III | loos.prof@ufsc.br

Comportamento de um indutor num circuito

- “ Quando a corrente começa a fluir pela bobina, um campo magnético induzido surgirá nela.
- “ Enquanto o campo é estabelecido, a bobina inibe o fluxo da corrente.
- “ Uma vez que o campo esteja estabelecido, a corrente pode fluir normalmente através do fio.
- “ Quando o interruptor é desligado, o campo magnético da bobina (ENERGIA) mantém a corrente fluindo até que o campo seja nulo.
- “ Essa corrente mantém a lâmpada acesa por um período de tempo.
- “ O indutor pode armazenar energia no seu campo magnético e tende a resistir a qualquer mudança na quantidade de corrente que flui através dele.

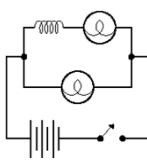



Choque ao desligar fonte de laptop! (comentar)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos
Física Geral III
loos.prof@ufsc.br

Comportamento de um indutor num circuito

No circuito seguinte o indutor é a bobina de fio. As lâmpadas são idênticas. Pergunta-se: o que acontece quando se liga o interruptor?





- a) As lâmpadas acendem ao mesmo tempo
- b) A lâmpada ligada ao indutor acende depois do que a lâmpada ligada diretamente à bateria.
- c) A lâmpada ligada ao indutor acende antes do que a lâmpada ligada diretamente à bateria.
- d) As lâmpadas não acendem.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos
Física Geral III
loos.prof@ufsc.br

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 33: 1, 5, 6, 8, 9, 13, 18, 19, 22, **29, 30, 33, 35, 37, 38 e 42.**

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.
 Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):
 web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos
Física Geral III
loos.prof@ufsc.br
