

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

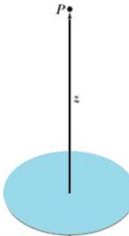
Aula Teórica 04 (Cap. 24 parte 3/3) :

- 1) Cálculo do campo elétrico produzido por uma distribuição contínua de cargas (continuação).
- 2) Movimento de cargas no campo elétrico.
- 3) Torque sobre dipolos elétricos.

Prof. Marcio R. Loos

Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga

- Um disco de plástico de raio R possui uma carga uniforme sobre sua superfície superior.
- Qual é o campo elétrico num ponto P a uma distância z sobre o eixo central?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

Relembrando da última aula: dicas para resolução de exercícios

- Desenhe um sistema de coordenadas no diagrama.
- Desenhe um elemento infinitesimal e o campo devido ao elemento. Repita o procedimento para um elemento simétrico.
- Escreva dq em termos do elemento infinitesimal.
- Escolha uma variável de integração. (Ex. θ)
- Escreva as variáveis em termos da variável de integração.
- Escreva a integral e coloque limites.
- Resolva a integral.

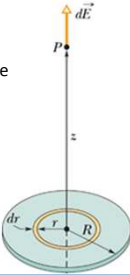
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga

- O disco pode ser dividido em anéis concêntricos.
- O campo criado em P por todos os anéis é obtido por integração.
- Na fig. vemos um dos anéis de raio r e largura dr .
- O disco possui uma densidade superficial de carga uniforme dada por

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow q = \sigma A \quad \frac{dq}{dA} = \sigma$$
- Mas,

$$A = \pi r^2 \quad \frac{dA}{dr} = 2\pi r \quad dA = 2\pi r dr \quad dq = 2\pi\sigma r dr$$



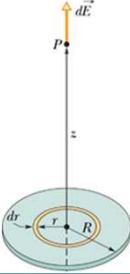
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga

- Já resolvemos o problema do campo elétrico criado por um anel carregado:

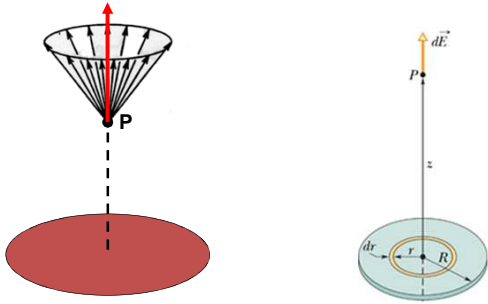
$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$
- Para calcularmos o campo dE criado pelo anel de raio r com carga dq devemos considerar na eq. acima

$$E \Rightarrow dE \quad q \Rightarrow dq = 2\pi\sigma r dr \quad R \Rightarrow r$$
- $$dE = \frac{z2\pi\sigma r dr}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad dE = \frac{\sigma 2r dr}{4\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga



A eq. para o campo criado pelo anel já considera apenas componentes em z!

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga

- Obtemos E devido a todos os anéis integrando a eq. de $r=0$ até $r=R$

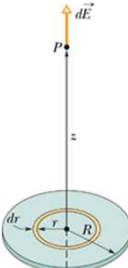
$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_{r=0}^{r=R} 2r(z^2 + r^2)^{-3/2} dr$$

- Usamos um artifício para resolver a integral acima

$$\int X^m dx = \frac{X^{m+1}}{m+1}$$

- Assumimos

$$x = (z^2 + r^2) \quad m = -3/2$$

$$\frac{dx}{dr} = 2r \Rightarrow dx = 2r dr$$


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

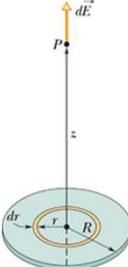
Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga

- Voltando à integral, temos:

$$\int_{r=0}^{r=R} (z^2 + r^2)^{-3/2} 2r dr = \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-3/2+1}}{-3/2+1} \right]_{r=0}^{r=R}$$

$$= \left[-\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{1/2} \right]_{r=0}^{r=R}$$

$$= -\frac{(z^2 + R^2)^{-1/2}}{1/2} + \frac{(z^2)^{-1/2}}{1/2}$$

$$= -\frac{2}{\sqrt{z^2 + R^2}} + \frac{2}{z}$$


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

Exemplo 1: O Campo Elétrico Criado por um disco de carga

- Voltando à expressão para E

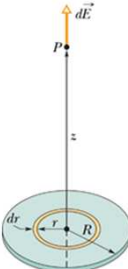
$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_{r=0}^{r=R} 2r(z^2 + r^2)^{-3/2} dr$$

- Temos:

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left(\frac{2}{z} - \frac{2}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right)$$

- Caso limite:**
 $R \rightarrow \infty$ ou $z \rightarrow 0$
 A equação acima se reduz a $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Campo elétrico criado por uma chapa infinita fina, não-condutora, uniformemente carregada sobre um lado.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Carga puntiforme num campo elétrico

Carga puntiforme num campo elétrico

- O que acontece com uma partícula de massa m na presença do campo gravitacional criado pela Terra?
- A partícula fica sujeita a uma força gravitacional dada por

$$P = mg$$
- O que acontece com uma partícula carregada na presença de um campo elétrico criado por cargas?
- A partícula fica sujeita a uma força eletrostática dada por

$$\vec{F} = q\vec{E}$$
- **q DEVE INCLUIR SINAL** já que esta eq. é vetorial.
- Esta força causará uma aceleração na partícula.

Carga puntiforme num campo elétrico

Definição de campo elétrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

Força em uma carga devido ao campo elétrico

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- **+q:** \vec{F} e \vec{E} terão mesma direção e sentido.
A partícula acelerará na mesma direção e sentido de \vec{E} .
- **-q:** \vec{F} e \vec{E} terão mesma direção mas SENTIDOS OPOSTOS.
A partícula acelerará na mesma direção mas com SENTIDO OPOSTO ao de \vec{E} .

Carga puntiforme num campo elétrico

Carga positiva:
Força na carga e aceleração ocorre **na mesma direção** do campo **E** (segue **E**).

Carga negativa:
Força na carga e aceleração ocorre **na mesma direção** mas **sentido oposto** do campo **E** (oposto a **E**).

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 13

Carga puntiforme num campo elétrico

- Se o campo elétrico **E** é uniforme (magnitude e direção), a força elétrica **F** na partícula é constante.

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

Impressora a jato de tinta.
E=cte. Q das gotas varia!

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

Carga puntiforme num campo elétrico

Options Tools Resources Help

Normal Mode

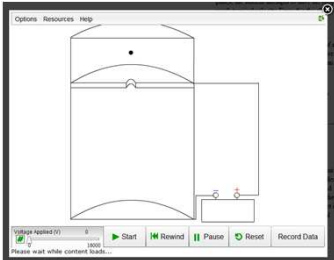
Particle: Electron	Initial Velocity (km/s): 199000	Magnetic Field (T): 0.000	Electric Field (MN/C): 100.000
Scale: 100000 px/m	Reveal	Start	Restart
Please wait while content loads...			

<http://www.kcvs.ca/site/projects/physics.html>
Motion of Charged Particles in Magnetic and Electric Fields


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 15

Experimento de Millikan

- Realizado em 1913.
- Forneceu uma medida da carga elementar.



<http://www.kcvs.ca/site/projects/physics.html>
Millikan-Like Experiment



Millikan: Nobel 1923

$$\vec{F}_e = \vec{F}_g$$

$$\vec{E}q = m\vec{g},$$

$$\frac{V}{d}q = mg$$

$$q = \frac{mgd}{V}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

Experimento de Millikan

- Realizado em 1913.
- Forneceu uma medida da carga elementar.





Millikan: Nobel 1923

$$\vec{F}_e = \vec{F}_g$$

$$\vec{E}q = m\vec{g},$$

$$\frac{V}{d}q = mg$$

$$q = \frac{mgd}{V}$$

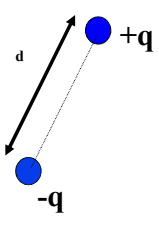
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

Um dipolo num campo elétrico

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

Um dipolo num campo elétrico

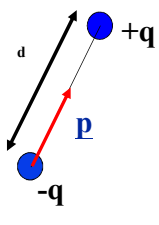
- Um dipolo elétrico consiste de duas cargas iguais e opostas (+q e -q) separadas por uma distância d.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 19

Um dipolo num campo elétrico

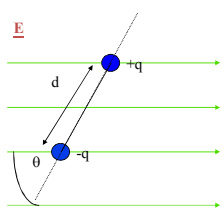
Definimos o momento de dipolo \mathbf{p}
 magnitude = qd ,
 direção de -q para +q



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 20

Um dipolo num campo elétrico

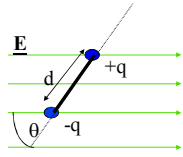
- Suponha o dipolo é colocado em um campo elétrico uniforme (i.e. \mathbf{E} é o mesmo em todo ponto no espaço).
- O que acontece com o dipolo?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 21

Um dipolo num campo elétrico

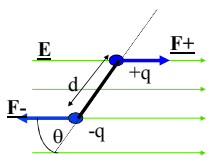
- Qual a força atuando no dipolo?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 22

Um dipolo num campo elétrico

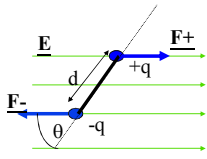
- Qual a força atuando no dipolo?
- $F_i = F_+ - F_- = 0$. O centro de massa não acelera!



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 23

Um dipolo num campo elétrico

- Qual a força atuando no dipolo?
- $F_i = F_+ - F_- = 0$. O centro de massa não acelera!
- As cargas irão se mover (rotacionar). Por quê?



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 24

Um dipolo num campo elétrico

- Qual a força atuando no dipolo?
- $F_t = F_+ - F_- = 0$. O centro de massa não acelera!
- As cargas irão se mover (rotacionar). Por quê?
- Há um torque porque as forças não são colineares.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 25

Um dipolo num campo elétrico

O torque vale: $\tau = (\text{magnitude da força}) (\text{braço de alavanca})$

$$|\tau| = |r| |F| \text{sen}\theta$$

Para o dipolo $r=d/2$

$$\tau = \frac{d}{2} F \text{sen}\theta + \frac{d}{2} F \text{sen}\theta = d F \text{sen}\theta$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 26

Um dipolo num campo elétrico

Porém, nós definimos $p = qd$

A direção de \mathbf{p} é de $-q$ para $+q$

Então, o torque pode ser escrito como:

$$\tau = d F \text{sen}\theta$$

$$\tau = d q E \text{sen}\theta$$

$$\tau = p E \text{sen}\theta$$

De forma vetorial

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

O torque ocorre no **sentido horário** e por **notação** adicionamos um sinal negativo na Eq. para o módulo de τ $\tau = - p E \text{sen}\theta$

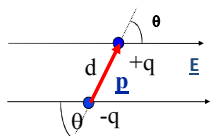
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 27

Um dipolo num campo elétrico

- O que é energia potencial?
- É a energia armazenada em um corpo devido à sua posição!
- A orientação de um dipolo num campo elétrico pode ser associada a uma energia potencial U .
- A energia potencial associada ao torque vale

$$U = -p E \cos \theta$$

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$



- $U_{\min} \rightarrow \theta=0$ (p e E tem mesma direção e sentido)
- $U_{\max} \rightarrow \theta=180^\circ$ (p e E tem mesma direção mas sentidos opostos)

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 23: 5, 6, 7, 10, 13, 15, 17, 18, 19 e 21.

Capítulo 24: 1, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 22, 25

Capítulo 24: 29, 32, 33, 34, 35

Capítulo 24: 36, 47, 51, 52 e 56

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br
