

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

Aula Teórica 08 (Cap. 26 parte 2/3):
Potencial criado por:
 1) Uma carga puntiforme
 2) Grupo de cargas puntiformes
 3) Dipolo elétrico
 4) Distribuição contínua de cargas

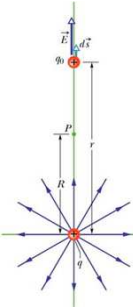
Prof. Marcio R. Loos

Potencial produzido por uma carga puntual

- Vimos que uma carga puntiforme gera um campo elétrico dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$
- Podemos obter uma expressão para o potencial criado por uma carga puntual.
- Partimos de

$$V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$$
- A fig. mostra um ponto P situado a uma distância R de uma carga puntual positiva.
- Imagine que uma carga teste q_0 é deslocada do ponto P até o infinito.
- A trajetória é irrelevante! Escolhemos uma linha reta.
- O campo E gerado pela carga aponta radialmente para fora dela.



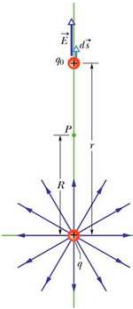
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

Potencial produzido por uma carga puntual

- O deslocamento ds de q_0 tem mesma direção de E, logo

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = E ds \cos \theta = E ds$$
- Como a trajetória de q_0 é radial, faremos $ds=dr$.
- Podemos escrever

$$V_f - V_i = -\int_i^f E dr \quad \begin{matrix} i = R \\ f = \infty \end{matrix}$$
- $$V_\infty - V_R = -\int_R^\infty E dr \quad \begin{matrix} V_\infty = 0 \\ V_R = V \end{matrix}$$
- $$V = \int_R^\infty E dr \quad \text{mas} \quad E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \quad \text{logo}$$
- $$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty \frac{dr}{r^2} \quad V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \int_R^\infty r^{-2} dr \quad V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

Potencial produzido por uma carga pontual

- Continuando...

$$V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_R^\infty \quad V = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{R} \right]$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad R \equiv r$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \text{Potencial elétrico produzido por } q \text{ a uma distância } r.$$
- O que mudaria na eq. acima para uma carga negativa?
- As linhas de campo apontariam para dentro... $\cos 180^\circ = -1$.
- V teria um sinal NEGATIVO.

Uma carga **positiva** produz um potencial elétrico **positivo**.
 Uma carga **negativa** produz um potencial elétrico **negativo**.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

Potencial produzido por uma carga pontual

- Podemos generalizar a eq. anterior para o potencial de uma carga!
- Permitiremos $q > 0$ e $q < 0$ (não apenas o módulo!)

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} ; \pm q$$

Gráfico do potencial $V(r)$ gerado por computador para uma carga puntiforme positiva. A partícula está no plano xy . $V \rightarrow \infty$ quando $r \rightarrow 0$.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Potencial produzido por um grupo de cargas puntiformes

- Usando o **princípio da superposição**, podemos determinar o potencial líquido criado por um grupo de cargas num ponto.
- Calculamos o potencial resultante de cada carga através da eq.

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} ; \pm q$$
- ...e somamos os potenciais

$$V = \sum_{i=1}^n V_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i}$$

$$V = -\int_{\infty}^r \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\sum_{i=1}^n \int_{\infty}^r \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = \sum_{i=1}^n V_i$$
- A soma é uma soma algébrica e não vetorial.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

Exercício $V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$; $\pm q$

Qual é o valor do potencial elétrico no ponto P , situado no centro do quadrado de cargas pontuais que aparece na Fig. 24-8a? A distância d é 1,3 m e as cargas são

$q_1 = +12 \text{ nC}, \quad q_3 = +31 \text{ nC},$
 $q_2 = -24 \text{ nC}, \quad q_4 = +17 \text{ nC}.$

Resposta:
 $V = 3,5 \times 10^2 \text{ V}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

Exercício

(a) Na Fig. 24-9a 12 elétrons (de carga $-e$) são mantidos fixos, com espaçamento uniforme, sobre uma circunferência de raio R . Em relação a $V = 0$ no infinito, quais são o potencial elétrico e o campo elétrico no centro C da circunferência?

Resposta:

$$V = -12 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{R}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

Potencial criado por um dipolo elétrico

- O princípio da posição pode ser usado para calcular o potencial criado por um dipolo elétrico.
- Na fig. temos um dipolo elétrico.
- A carga $+q$ cria um potencial $V_{(+)}$ em P .
- A carga $-q$ cria um potencial $V_{(-)}$ em P .
- O potencial líquido em P vale

$$V = V_{(+)} + V_{(-)}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{r_{(+)}} - \frac{q}{r_{(-)}} \right)$$

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(+)}r_{(-)}} \right)$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Potencial criado por um dipolo elétrico

- Em dipolos naturais (ex. H₂O), **d é muito pequeno e r >> d.**
- Da fig. (b) temos as seguintes aproximações:

$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d \cos \theta$$

$$r_{(+)} r_{(-)} \approx r^2$$
- Logo:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(+)} r_{(-)}} \right) \Rightarrow V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{d \cos \theta}{r^2} \text{ mas } qd = p$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p \cos \theta}{r^2}$$

Potencial elétrico criado por um dipolo elétrico
- $V_{\max} \rightarrow \theta = 0$ $V = 0 \rightarrow \theta = 90^\circ$
 $V_{\min} \rightarrow \theta = 180^\circ$ $r_{(+)} \approx r_{(-)}$

Plano equatorial do dipolo

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 10

Potencial criado por uma distribuição contínua de cargas

- O potencial em um ponto P devido a uma distribuição de cargas pode ser obtido via integração.
- Devemos escolher um elemento **dq** e determinar o potencial **dV** criado por **dq**.
- Consideraremos V_∞=0.
- O potencial vale, então:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r}$$

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 11

Potencial criado por uma distribuição contínua de cargas

Lembre-se:

- dq = λdl** para uma linha de carga
- dq = σdA** para uma distribuição superficial
- dq = ρdV** para uma distribuição volumétrica

Basta:

- Escrever **dq**
- Analisar **r** e substituir na eq. abaixo
- ... integrar.

$$V = \int dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 12

Potencial criado por uma linha de carga

- Uma barra fina de plástico de comprimento L tem uma carga positiva, de densidade linear uniforme λ .
- Qual o potencial elétrico V criado pela barra no ponto P?
- A barra possui uma densidade linear de cargas

$$\lambda = \frac{q}{x} \Rightarrow q = \lambda x$$
- A carga de um elemento diferencial vale:

$$\frac{dq}{dx} = \lambda \quad dq = \lambda dx$$
- O potencial é dado pela Eq.:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \quad dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{r}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{(d^2 + x^2)^{1/2}}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 13

Potencial criado por uma linha de carga

$$V = \int dV = \int_0^L \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$

$$V = \int dV = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} = \left[\ln(x + (x^2 + d^2)^{1/2}) \right]$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_0^L \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{1/2}} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln(x + (x^2 + d^2)^{1/2}) \right]_0^L$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln(L + (L^2 + d^2)^{1/2}) - \ln d \right] \ln A - \ln B = \ln(A/B)$$

$$V = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d} \right]$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

Potencial criado por um disco de carga

- Um disco de raio R tem uma densidade de carga uniforme sobre sua superfície.
- Qual o potencial elétrico V criado pelo disco no ponto P?
- Consideraremos um elemento de carga como sendo um anel de raio R' e largura dR' .
- O potencial criado em P por todos os anéis é obtido por integração.
- O disco possui uma densidade superficial de carga uniforme dada por

$$\sigma = \frac{q}{A} \Rightarrow q = \sigma A \quad \frac{dq}{dA} = \sigma$$
- Mas,

$$A = \pi R^2 \quad \frac{dA}{dR'} = 2\pi R' \quad dA = 2\pi R' dR' \quad dq = \sigma(2\pi R' dR')$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 15

Potencial criado por um disco de carga

- O potencial elétrico em P é obtido pela eq.:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r} \quad dq = 2\pi\sigma R' dR'$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\sigma R' dR'}{r} \quad r = (z^2 + R'^2)^{1/2}$$

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\pi\sigma R' dR'}{(z^2 + R'^2)^{1/2}}$$
- Obtemos V devido a todos os anéis integrando a eq. acima de $r=0$ até $r=R$

$$V = \int dV = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{R' dR'}{(z^2 + R'^2)^{1/2}}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

Potencial criado por um disco de carga

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{R' dR'}{(z^2 + R'^2)^{1/2}}$$

$$\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{1/2}} = (x^2 + a^2)^{1/2}$$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [(z^2 + R'^2)^{1/2}]_0^R$$

$$V = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} [(z^2 + R^2)^{1/2} - z]$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

Exercício 1/2: Potencial elétrico e campo elétrico

- Em qual das Figuras V=0 e E=0 no ponto vermelho?

A

B

C

D

E

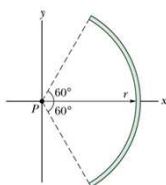
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

Exercício 2/2: Potencial criado por uma haste (arco)

- A Fig. mostra uma haste de plástico que tem uma carga $-Q$ uniformemente distribuída.
- A haste tem raio r e subtende um ângulo de 120° .
- Os eixos coordenados foram colocados de modo que o eixo de simetria da haste coincide com o eixo x e a origem está no centro de curvatura P da haste. Com $V=0$ no infinito, qual é o potencial elétrico criado pela haste no ponto P em termos de Q e r ?

Resposta:

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$



Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 26: 5, 6, 9, 11, 13, 14

Capítulo 26: 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41

Capítulo 26: 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br
