

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
Campus Blumenau

## Física Geral III

**Aula Teórica 11 (Cap. 27 parte 2/2):**

- 1) Energia armazenada num campo elétrico
- 2) Densidade de energia
- 3) Capacitor com um dielétrico
- 4) Visão atômica de dielétricos
- 5) Os dielétricos e a Lei de Gauss

Prof. Marcio R. Loos

---

---

---

---

---


---

---

---

### Energia armazenada num Campo Elétrico

- Para que um capacitor seja carregado, um agente externo deve realizar trabalho (pilha, bateria).
- A ddp criada pela pilha irá gerar um campo, e este causará o deslocamento de elétrons.
- Vimos que o trabalho necessário para mover cargas do infinito até um ponto P se acumula na forma de energia potencial elétrica do sistema.



$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

- Num capacitor, o trabalho necessário para carregá-lo se transforma na energia potencial do campo elétrico que existe entre as placas.
- A energia armazenada é recuperada quando o capacitor descarrega.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

---

---

---

---

---

---

---

---

### Energia armazenada num Campo Elétrico

- Suponhamos que num instante  $t$  uma placa do capacitor tenha carga  $q'$ .
- Da eq.  $q = CV$
- podemos afirmar que a ddp entre as placas do capacitor é  $V = \frac{q'}{C}$
- Lembre-se da definição de potencial:  $V = \frac{U}{q'}$   $U = Vq'$
- Um pequeno elemento de carga  $dq$  irá armazenar uma energia potencial  $dU$ , logo  $dU = dW = V dq$   $dW = \frac{q'}{C} dq$
- O trabalho necessário para carregar o capacitor com uma carga total  $q$  vale:

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' \quad W = \frac{q^2}{2C}$$

Energia potencial (qualquer geometria)

- Como  $W$  é armazenado na forma de  $U$ , temos:  $U = \frac{q^2}{2C}$  ou  $U = \frac{CV^2}{2}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

---

---

---

---

---

---

---

---

### Descarga de um capacitor: 540J



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

---

---

---

---

---


---

---

---

### Energia armazenada num Campo Elétrico

- Considere dois capacitores  $C_1$  e  $C_2$  de placas paralelas, idênticos, mas com a distância entre as placas satisfazendo a relação
- $d_1 = 2d_2$
- O volume entre as placas de  $C_1$  será o dobro do volume entre as placas de  $C_2$
- $vol_1 = 2vol_2$
- De  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$  temos que  $C_2 = 2C_1$



Provamos então que:  
**A energia potencial armazenada em um capacitor carregado pode ser considerada armazenada no campo E que existe entre as placas!**

Se dois capacitores de mesma forma geométrica têm a mesma carga  $q$  e portanto  $E$  entre as placas, o que tiver maior volume terá maior energia armazenada

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

---

---

---

---

---

---

---


---

### Densidade de energia

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

- Outra forma de pensar sobre a **energia armazenada** é considerar que ela está armazenada **no próprio campo elétrico**.
- A energia total num capacitor de placas paralelas é:
 
$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d} V^2$$
- O **volume do espaço preenchido pelo campo elétrico** é  $vol = Ad$ , e a densidade de energia vale:
 
$$u = \frac{U}{vol} = \frac{\epsilon_0 A}{2d(Ad)} V^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2$$
- Mas para um capacitor de placas paralelas:  $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ed$
- Logo:
 
$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Energia armazenada no campo elétrico (qualquer geometria)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

---

---

---

---

---

---

---

---

### Teclado capacitivo

- Many computer keyboard buttons are constructed of capacitors, as shown in figure.
- When a key is pushed down, the soft insulator between the movable plate and the fixed plate is compressed.
- When the key is pressed, the capacitance (a) increases, (b) decreases, or (c) changes in a way that we cannot determine because the complicated electric circuit connected to the keyboard button may cause a change in  $V$ .

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exercício 1/2

$U = \frac{1}{2} CV^2$      $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Uma esfera condutora isolada cujo raio  $R$  é 6,85 cm possui uma carga  $q=1,25$  nC.

(a) Qual é a energia potencial armazenada no campo elétrico desse condutor carregado?

(b) Qual é a densidade de energia na superfície da esfera?

**Resposta**

a)  $U = 103nJ$

b)  $u = 25,4\mu J / m^3$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exercício 2/2

Um capacitor de placas paralelas é conectado a uma bateria de voltagem  $V$ . Se a separação das placas é decrescida, qual das seguintes propriedades aumenta?

<p>A. II, III e IV.</p> <p>B. I, IV, V e VI.</p> <p>C. I, II e III.</p> <p>D. Todos exceto II.</p> <p>E. Todos aumentam.</p>	<p><i>I.</i> Capacitância do capacitor</p> <p><i>II.</i> Voltagem no capacitor</p> <p><i>III.</i> Carga no capacitor</p> <p><i>IV.</i> Energia armazenada no capacitor</p> <p><i>V.</i> Módulo do campo <math>E</math> entre as placas</p> <p><i>VI.</i> Densidade de energia do campo <math>E</math></p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

$q = CV$      $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$      $U = \frac{1}{2} CV^2$      $V = Ed$      $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

---

---

---

---

---

---

---

---

### Dielétricos

- Um **dielétrico** é um isolante elétrico que, sob a atuação de um campo elétrico exterior, permite o fluxo da corrente elétrica.
- O campo deve estar acima do limite de sua **rigidez dielétrica**.
- A **rigidez dielétrica** de um certo material é o  $E_{min}$  que deve ser aplicado sobre o material para que os átomos que o compõem se ionizem e o material dielétrico deixe de funcionar como um isolante.

Material	Rigidez dielétrica (kV/mm)
Ar	3
Poliestireno	24
Papél	16
Pirex	14

kV/mm: pois é aplicado sob a espessura do material.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 10

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Capacitor com um Dielétrico

- O que acontece quando introduzimos um dielétrico entre as placas de um capacitor?
- Qual o efeito do dielétrico na capacitância do capacitor?




1791-1867

- Faraday concluiu que a capacitância era multiplicada por um fator **k**.
- k** foi chamada de constante dielétrica.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 11

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Capacitor com um dielétrico

- A constante dielétrica do vácuo é igual à unidade (por definição).
- A introdução de um dielétrico também **limita a ddp** que pode ser aplicada entre as placas de um capacitor. (o dielétrico pode passar a conduzir!)

Material	constante dielétrica $\kappa$
Ar	1.00054
Poliestireno	2.6
Papél	3.5
Óleo de Transformador	4.5
Pirex	4.7
Mica Rubi	5.4
Porcelana	6.5
Silício	12
Germânio	16
Etanol	25
Água (20° C)	80.4
Água (50° C)	78.5
Titânia	130
Titanato de estrôncio	310

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 12

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Capacitor com um dielétrico

- A capacitância de qualquer capacitor pode ser escrita na forma:
 
$$C = \epsilon_0 \beta$$

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}; \beta = \frac{A}{d}$	Capacitor de placas paralelas
$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}; \beta = 2\pi \frac{L}{\ln(b/a)}$	Capacitor cilíndrico
$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}; \beta = 4\pi \frac{ab}{b-a}$	Capacitor esférico
$C = 4\pi\epsilon_0 R; \beta = 4\pi R$	Esfera isolada
- Faraday descobriu que, quando um dielétrico preenche totalmente o espaço entre as placas, temos:
 
$$C = k\epsilon_0 \beta \Rightarrow C = kC_{ar}$$
 $C_{ar}$  é a capacitância com ar entre as placas

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 13

---

---

---

---

---

---

---

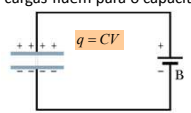
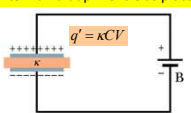
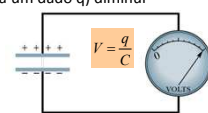
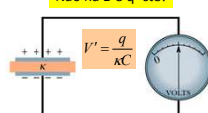
---

---

---

### Capacitor com um dielétrico

- Experimentos de Faraday:
 

<p>Com uma bateria ligada, <math>V = \text{const.}</math> e mais cargas fluem para o capacitor</p>  <p><b>B mantém uma ddp <math>V</math> entre as placas</b></p>  <p><math>V = \text{a constant}</math> <b>A carga aumentará de <math>k</math>. B fornece as cargas adicionais.</b></p>	<p>Sem a bateria, <math>q = \text{const.}</math> e a voltagem (para um dado <math>q</math>) diminui</p>  <p><b>Não há B e <math>q = \text{cte!}</math></b></p>  <p><math>q = \text{a constant}</math></p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Capacitor com um dielétrico

- As equações
 
$$C = \epsilon_0 \beta \quad C = k\epsilon_0 \beta$$
- sugerem que o efeito de um dielétrico pode ser escrito da seguinte forma:
 

Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica  $k$ , a permissividade do vácuo  $\epsilon_0$  deve ser substituída por  $k\epsilon_0$  em todas as equações.
- O módulo do campo elétrico produzido por uma carga puntiforme, no interior de dielétrico é dado por:
 
$$E = \frac{1}{4\pi k \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$
- O campo elétrico nas proximidades de uma placa condutora imersa num dielétrico valerá:
 
$$E = \frac{\sigma}{k\epsilon_0}$$

Como  $k > 1$  o campo irá diminuir

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 15

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Exercício

Um capacitor de placas paralelas tem placas de dimensões 2.0 cm por 3.0 cm separadas por um 1.0 mm de papel ( $k=3.7$ , rigidez dielétrica de  $16 \times 10^6$  V/m).

(a) Qual a capacitância do capacitor?  
 (b) Qual a carga máxima que pode ser colocada no capacitor?  
 (c) Qual a energia máxima que pode ser colocada no capacitor?

a)  $C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$

b)  $V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$      $V = \int E ds$      $\Delta V_{\max} = V_{\max} = E_{\max} d$      $q_{\max} = C \Delta V_{\max}$

c)  $U = \frac{q^2}{2C}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA    Prof. Loos    Física Geral III    loos.prof.ufsc.br    16

---

---

---

---

---

---

---

---

---

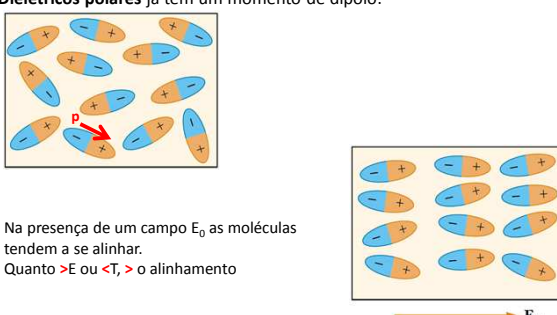
---

---

---

### Visão atômica de dielétricos

- Um material dielétrico é feito de moléculas.
- Dielétricos polares** já têm um momento de dipolo:



Na presença de um campo  $E_0$  as moléculas tendem a se alinhar.  
 Quanto  $>E$  ou  $<T$ ,  $>$  o alinhamento

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA    Prof. Loos    Física Geral III    loos.prof.ufsc.br    17

---

---

---

---

---

---

---

---

---

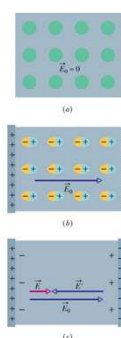
---

---

---

### Visão atômica de dielétricos

- Dielétricos apolares** não possuem momentos dipolares permanentes.
- As moléculas podem adquirir momentos dipolares por indução, na presença de um campo externo  $E_0$ .
- Fig. (a) mostra uma placa feita de dielétrico não polar.  $E_0=0$
- Fig. (b)  $E_0 > 0$ .  $E_0$  tende a "esticar" as moléculas deslocando as cargas negativas das positivas.
- Fig. (c) A indução de dipolos causará uma carga positiva num dos lados da placa e negativa no outro.
- As cargas induzidas na superfície do dielétrico produzirão um campo  $E'$ .
- O campo resultante  $E$  no interior do dielétrico será menor que  $E_0$ .
- O dielétrico enfraquece o campo na região em que se encontra!**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA    Prof. Loos    Física Geral III    loos.prof.ufsc.br    18

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Capacitores na vida real

Capacitores comerciais:

A) **Capacitor tubular** com placas metálicas separadas por papel.

B) **Capacitor de alta voltagem** com várias placas paralelas separadas por óleo.

C) **Capacitor eletrolítico**. Eletrólito é uma substância que origina íons pela adição de um solvente ou aquecimento.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 19

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Lei de Gauss e dielétricos

- Vamos modificar a Lei de Gauss para que ela possa ser aplicada no interior de materiais com dielétricos.
- Para o caso da Fig. ao lado podemos calcular  $E_0$ :
 
$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_0 A = q \quad E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$
- Agora um dielétrico é introduzido entre as placas (Fig. inferior ao lado).
- Calcularemos  $E$  usando a mesma gaussiana e considerando a carga induzida  $q'$ :
 
$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 EA = q - q' \quad E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$
- Sabemos que o efeito do dielétrico é dividir o campo original por  $k$ :
 
$$E = \frac{E_0}{k} = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 20

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Lei de Gauss e dielétricos

- Igualando  $E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$  e  $E = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$  temos
 
$$q - q' = \frac{q}{k}$$
- Voltando à Lei de Gauss:
 
$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_0 A = q - q'$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{k}$$
- Lei de Gauss com dielétrico**

$$\epsilon_0 \oint k\vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 21

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

### Descarga de um capacitor: $80000J$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 22

---



---



---



---



---



---



---



---

### Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 26: 5, 6, 9, 11, 13, 14

Capítulo 26: 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41

Capítulo 26: 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70

Capítulo 27: 2, 4, 6, 8, 11, 12, 16, 17, 18, 21, 23, 26, 27, 29, 30

**Capítulo 27: 36, 46, 47, 52, 60, 63, 64 e 65.**

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: [loos.prof.ufsc.br](http://loos.prof.ufsc.br) e-mail: [marcio.loos@ufsc.br](mailto:marcio.loos@ufsc.br)

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 23

---



---



---



---



---



---



---



---