

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III


Aula Teórica 11 (Cap. 27 parte 2/2):

- 1) Energia armazenada num campo elétrico
- 2) Densidade de energia
- 3) Capacitor com um dielétrico
- 4) Visão atômica de dielétricos
- 5) Os dielétricos e a Lei de Gauss

Prof. Marcio R. Loos

Energia armazenada num Campo Elétrico

- Para que um capacitor seja carregado, um agente externo deve realizar trabalho (pilha, bateria).
- A ddp criada pela pilha irá gerar um campo, e este causará o deslocamento de elétrons.
- Vimos que o trabalho necessário para mover cargas do infinito até um ponto P se acumula na forma de energia potencial elétrica do sistema.



$$U = W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r}$$

- Num capacitor, o trabalho necessário para carregá-lo se transforma na energia potencial do campo elétrico que existe entre as placas.
- A energia armazenada é recuperada quando o capacitor descarrega.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

Energia armazenada num Campo Elétrico

- Suponhamos que num instante t uma placa do capacitor tenha carga q' .
- Da eq. $q = CV$
- podemos afirmar que a ddp entre as placas do capacitor é $V = \frac{q'}{C}$
- Lembre-se da definição de potencial: $V = \frac{U}{q'}$ $U = Vq'$
- Um pequeno elemento de carga dq irá armazenar uma energia potencial dU , logo $dU = dW = V dq$ $dW = \frac{q'}{C} dq$
- O trabalho necessário para carregar o capacitor com uma carga total q vale:

$$W = \int dW = \frac{1}{C} \int_0^q q' dq' = \frac{q^2}{2C}$$

Energia potencial (qualquer geometria)

- Como W é armazenado na forma de U , temos: $U = \frac{q^2}{2C}$ ou $U = \frac{CV^2}{2}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3


Descarga de um capacitor: 540J



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

Energia armazenada num Campo Elétrico

- Considere dois capacitores C_1 e C_2 de placas paralelas, idênticos, mas com a distância entre as placas satisfazendo a relação
- $d_1 = 2d_2$
- O volume entre as placas de C_1 será o dobro do volume entre as placas de C_2
- $vol_1 = 2vol_2$
- De $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ temos que $C_2 = 2C_1$



Provamos então que:
A energia potencial armazenada em um capacitor carregado pode ser considerada armazenada no campo E que existe entre as placas!

Se dois capacitores de mesma forma geométrica têm a mesma carga q e portanto E entre as placas, o que tiver maior volume terá maior energia armazenada

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Densidade de energia

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$


- Outra forma de pensar sobre a **energia armazenada** é considerar que ela está armazenada **no próprio campo elétrico**.
- A energia total num capacitor de placas paralelas é:

$$U = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d} V^2$$
- O **volume do espaço preenchido pelo campo elétrico** é $vol = Ad$, e a densidade de energia vale:

$$u = \frac{U}{vol} = \frac{\epsilon_0 A}{2d(Ad)} V^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{V}{d}\right)^2$$
- Mas para um capacitor de placas paralelas: $V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ed$
- Logo:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Energia armazenada no campo elétrico (qualquer geometria)



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

Teclado capacitivo

- Many computer keyboard buttons are constructed of capacitors, as shown in figure.
- When a key is pushed down, the soft insulator between the movable plate and the fixed plate is compressed.
- When the key is pressed, the capacitance (a) increases, (b) decreases, or (c) changes in a way that we cannot determine because the complicated electric circuit connected to the keyboard button may cause a change in V .

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

Exercício 1/2

$U = \frac{1}{2} CV^2$ $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Uma esfera condutora isolada cujo raio R é 6,85 cm possui uma carga $q=1,25$ nC.

(a) Qual é a energia potencial armazenada no campo elétrico desse condutor carregado?

(b) Qual é a densidade de energia na superfície da esfera?

Resposta

a) $U = 103 \text{ nJ}$

b) $u = 25,4 \mu\text{J} / \text{m}^3$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

Exercício 2/2

Um capacitor de placas paralelas é conectado a uma bateria de voltagem V . Se a separação das placas é decrescida, qual das seguintes propriedades aumenta?

<p>A. II, III e IV.</p> <p>B. I, IV, V e VI.</p> <p>C. I, II e III.</p> <p>D. Todos exceto II.</p> <p>E. Todos aumentam.</p>	<p><i>I.</i> Capacitância do capacitor</p> <p><i>II.</i> Voltagem no capacitor</p> <p><i>III.</i> Carga no capacitor</p> <p><i>IV.</i> Energia armazenada no capacitor</p> <p><i>V.</i> Módulo do campo E entre as placas</p> <p><i>VI.</i> Densidade de energia do campo E</p>
--	---

$q = CV$ $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ $U = \frac{1}{2} CV^2$ $V = Ed$ $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Dielétricos

- Um **dielétrico** é um isolante elétrico que, sob a atuação de um campo elétrico exterior, permite o fluxo da corrente elétrica.
- O campo deve estar acima do limite de sua **rigidez dielétrica**.
- A **rigidez dielétrica** de um certo material é o E_{min} que deve ser aplicado sobre o material para que os átomos que o compõem se ionizem e o material dielétrico deixe de funcionar como um isolante.


Material	Rigidez dielétrica (kV/mm)
Ar	3
Poliestireno	24
Papél	16
Pirex	14

kV/mm: pois é aplicado sob a espessura do material.

Capacitor com um Dielétrico

- O que acontece quando introduzimos um dielétrico entre as placas de um capacitor?
- Qual o efeito do dielétrico na capacitância do capacitor?



1791-1867 

- Faraday concluiu que a capacitância era multiplicada por um fator k .
- k foi chamada de constante dielétrica.

Capacitor com um dielétrico

- A constante dielétrica do vácuo é igual à unidade (por definição).
- A introdução de um dielétrico também **limita a d_{dp}** que pode ser aplicada entre as placas de um capacitor. (o dielétrico pode passar a conduzir!)

Material	constante dielétrica κ
Ar	1.00054
Poliestireno	2.6
Papél	3.5
Óleo de Transformador	4.5
Pirex	4.7
Mica Rubi	5.4
Porcelana	6.5
Silício	12
Germânio	16
Etanol	25
Água (20° C)	80.4
Água (50° C)	78.5
Titânia	130
Titanato de estrôncio	310

Capacitor com um dielétrico

- A capacitância de qualquer capacitor pode ser escrita na forma:

$$C = \epsilon_0 \beta$$

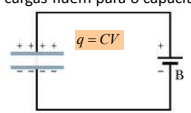
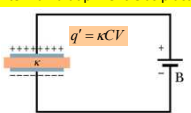
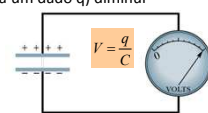
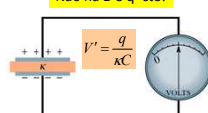
$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}; \beta = \frac{A}{d}$	Capacitor de placas paralelas
$C = 2\pi\epsilon_0 \frac{L}{\ln(b/a)}; \beta = 2\pi \frac{L}{\ln(b/a)}$	Capacitor cilíndrico
$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{ab}{b-a}; \beta = 4\pi \frac{ab}{b-a}$	Capacitor esférico
$C = 4\pi\epsilon_0 R; \beta = 4\pi R$	Esfera isolada
- Faraday descobriu que, quando um dielétrico preenche totalmente o espaço entre as placas, temos:

$$C = k\epsilon_0 \beta \Rightarrow C = kC_{ar}$$
 C_{ar} é a capacitância com ar entre as placas

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 13

Capacitor com um dielétrico

- Experimentos de Faraday:

<p>Com uma bateria ligada, $V = \text{const.}$ e mais cargas fluem para o capacitor</p>  <p>B mantém uma ddp V entre as placas</p>  <p>$V = \text{a constant}$ A carga aumentará de k. B fornece as cargas adicionais.</p>	<p>Sem a bateria, $q = \text{const.}$ e a voltagem (para um dado q) diminui</p>  <p>Não há B e $q = \text{cte!}$</p>  <p>$q = \text{a constant}$</p>
--	---

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 14

Capacitor com um dielétrico

- As equações

$$C = \epsilon_0 \beta \quad C = k\epsilon_0 \beta$$
- sugerem que o efeito de um dielétrico pode ser escrito da seguinte forma:

Em uma região totalmente preenchida por um material dielétrico de constante dielétrica k , a permissividade do vácuo ϵ_0 deve ser substituída por $k\epsilon_0$ em todas as equações.
- O módulo do campo elétrico produzido por uma carga puntiforme, no interior de dielétrico é dado por:

$$E = \frac{1}{4\pi k \epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$
- O campo elétrico nas proximidades de uma placa condutora imersa num dielétrico valerá:

$$E = \frac{\sigma}{k\epsilon_0}$$

Como $k > 1$ o campo irá diminuir

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 15

Exercício

Um capacitor de placas paralelas tem placas de dimensões 2.0 cm por 3.0 cm separadas por um 1.0 mm de papel ($k=3.7$, rigidez dielétrica de 16×10^6 V/m).

(a) Qual a capacitância do capacitor?
 (b) Qual a carga máxima que pode ser colocada no capacitor?
 (c) Qual a energia máxima que pode ser colocada no capacitor?

a) $C = \frac{k\epsilon_0 A}{d}$

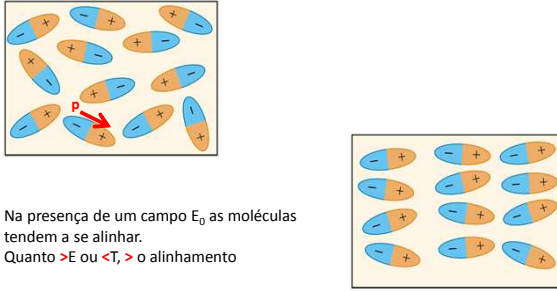
b) $V_f - V_i = -\int_i^f \vec{E} \cdot d\vec{s}$ $V = \int E ds$ $\Delta V_{\max} = V_{\max} = E_{\max} d$ $q_{\max} = C \Delta V_{\max}$

c) $U = \frac{q^2}{2C}$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

Visão atômica de dielétricos

- Um material dielétrico é feito de moléculas.
- Dielétricos polares** já têm um momento de dipolo:

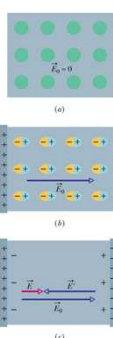


Na presença de um campo E_0 as moléculas tendem a se alinhar.
 Quanto $>E$ ou $<T$, $>$ o alinhamento

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

Visão atômica de dielétricos

- Dielétricos apolares** não possuem momentos dipolares permanentes.
- As moléculas podem adquirir momentos dipolares por indução, na presença de um campo externo E_0 .
- Fig. (a) mostra uma placa feita de dielétrico não polar. $E_0=0$
- Fig. (b) $E_0 > 0$. E_0 tende a "esticar" as moléculas deslocando as cargas negativas das positivas.
- Fig. (c) A indução de dipolos causará uma carga positiva num dos lados da placa e negativa no outro.
- As cargas induzidas na superfície do dielétrico produzirão um campo E' .
- O campo resultante E no interior do dielétrico será menor que E_0 .
- O dielétrico enfraquece o campo na região em que se encontra!**

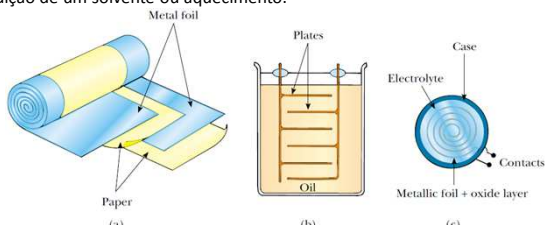


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

Capacitores na vida real

Capacitores comerciais:

- A) **Capacitor tubular** com placas metálicas separadas por papel.
- B) **Capacitor de alta voltagem** com várias placas paralelas separadas por óleo.
- C) **Capacitor eletrolítico**. Eletrólito é uma substância que origina íons pela adição de um solvente ou aquecimento.



Lei de Gauss e dielétricos

- Vamos modificar a Lei de Gauss para que ela possa ser aplicada no interior de materiais com dielétricos.

- Para o caso da Fig. ao lado podemos calcular E_0 :

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_0 A = q \quad E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

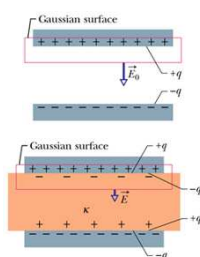
- Agora um dielétrico é introduzido entre as placas (Fig. inferior ao lado).

- Calcularemos E usando a mesma gaussiana e considerando a carga induzida q' :

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E A = q - q' \quad E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$$

- Sabemos que o efeito do dielétrico é dividir o campo original por k :

$$E = \frac{E_0}{k} = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$$



Lei de Gauss e dielétricos

- Igualando $E = \frac{q - q'}{\epsilon_0 A}$ e $E = \frac{q}{k\epsilon_0 A}$ temos

$$q - q' = \frac{q}{k}$$

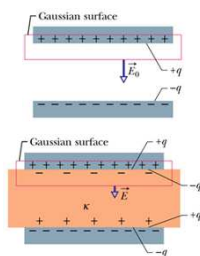
- Voltando à Lei de Gauss:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \epsilon_0 E_0 A = q - q'$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{k}$$

$$\epsilon_0 \oint k \vec{E} \cdot d\vec{A} = q$$

Lei de Gauss com dielétrico



Descarga de um capacitor: $8000J$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 22

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 26: 5, 6, 9, 11, 13, 14

Capítulo 26: 15, 16, 26, 28, 34, 35, 36, 37, 38, 40, 41

Capítulo 26: 43, 45, 48, 56, 60, 68 e 70

Capítulo 27: 2, 4, 6, 8, 11, 12, 16, 17, 18, 21, 23, 26, 27, 29, 30

Capítulo 27: 36, 46, 47, 52, 60, 63, 64 e 65.

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 23
