

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Campus Blumenau

Física Geral III

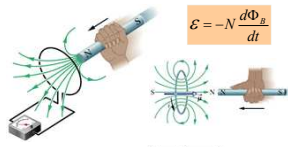
Aula Teórica 20 (Cap. 33 parte 1/2):

- 1) Revisão sobre indução
- 2) Indutância
- 3) Indutância de um solenóide
- 4) Indutância de um toróide
- 5) Auto-indução
- 6) Indutores
- 7) Circuitos RL

Prof. Marcio R. Loos

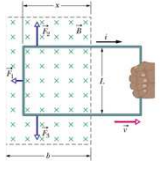
Revisão sobre indução

- **Lei de Faraday:** Um fluxo magnético variável através de uma espira induzirá uma fem na espira.
- **Lei de Lenz:** A direção da corrente induzida é de tal forma que cria um campo B induzido que se opõe a mudança de fluxo.
- **Indução e transferência de energia:** As forças na espira devido a corrente induzida se opõe ao seu movimento.
- O trabalho realizado puxando a espira aparece como energia térmica.
- Um campo magnético variável cria um campo elétrico induzido.



$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$

$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv$




$\mathcal{E} = \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$

Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 2

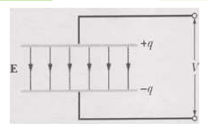
Comparação: Capacitores x Indutores

Capacitor

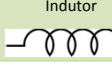


➔

Campo Elétrico

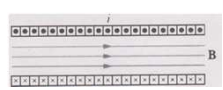


Indutor



➔

Campo Magnético



Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 3

Indutância

- Indutância** é a capacidade de uma bobina (indutor) em criar o fluxo com determinada corrente que a percorre.
- Para capacitores, definimos a capacitância: $C = \frac{q}{V}$ Definição de capacitância
- Quando uma corrente i atravessa um indutor, um fluxo Φ_B surge em cada uma das espiras.

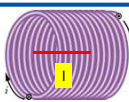
L descreve a proporcionalidade entre a corrente através da bobina e o fluxo magnético nela.

- A indutância do indutor é definida como: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$ Definição de indutância
- $N\Phi_B$ é o **enlaçamento de fluxo magnético** (fluxo concatenado).
 $[L] = \frac{T \cdot m^2}{A} = H (Henry)$
- Consideraremos que materiais magnéticos (que distorceriam as linhas de **B**) não existem nas proximidades de um indutor.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 4

Indutância de um solenóide

- Considere um solenóide longo com seção transversal A .
- Qual a indutância por unidade de comprimento [H/m] próximo ao centro do solenóide?
- Usaremos a eq.: $L = \frac{N\Phi_B}{i}$
- Devemos calcular o **enlaçamento de fluxo** ($N\Phi_B$) criado por uma corrente nos enrolamentos do solenóide.
- Considere um comprimento l próximo ao centro do solenóide.
- Como $N = nl$ e $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$, o enlaçamento do fluxo vale:
 $N\Phi_B = nl \int B dA \cos \theta$ $N\Phi_B = (nl)BA$
- O campo no interior do solenóide é dado por: $B = \mu_0 i n$ $N\Phi_B = (nl)\mu_0 i n A$

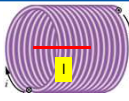


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 5

Indutância de um solenóide

$N\Phi_B = (nl)\mu_0 i n A$

- A indutância será:
 $L = \frac{N\Phi_B}{i}$ $L = \frac{(nl)\mu_0 i n A}{i}$ $L = \mu_0 n^2 A l$
Indutância - Solenóide
- A indutância por unidade de comprimento próximo ao centro será:
 $\frac{L}{l} = \mu_0 n^2 A$ Compare com a capacitância de um capacitor: $C = \frac{\epsilon_0 A}{l}$
- L só depende de fatores geométricos (como a capacitância).
- Desprezamos a distorção de **B** nas extremidades do solenóide.
 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} T \cdot m/A = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m = 1.26 \mu H/m$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 6

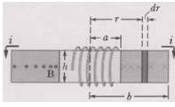
Indutância de um Toróide

- A fig. mostra a seção transversal de um toróide de N espiras.
- Qual a indutância deste toróide?
- Novamente, usaremos a definição de $L = \frac{N\Phi_B}{i}$
- Vimos (Cap. 31, aula 23/24) que B na seção transversal do toróide é dado por:

$$B = \frac{\mu_0 i N}{2\pi r}$$
- Calcularemos o fluxo (Φ_B) sobre a seção transversal do toróide.
- Para uma tira elementar de área $h dr$ (fig.) temos:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad \Phi_B = \int B dA \cos \theta \quad \Phi_B = \int B dA$$

$$\Phi_B = \int_a^b B(h dr) \quad \Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 i N}{2\pi r} (h dr)$$



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 7

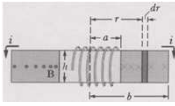
Indutância de um Toróide

- Integrando de a até b:

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} \quad \Phi_B = \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$
- A indutância no toróide será:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad L = \left(\frac{N}{i}\right) \frac{\mu_0 i N h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad \text{Indutância - Toróide}$$
- L depende apenas de fatores geométricos.
- COPIE A EQUAÇÃO ACIMA!

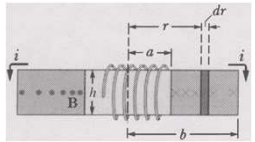


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 8

Exercício

O toróide ao lado tem 738 espiras. Suas dimensões são $a = 47 \text{ mm}$, $b = 86 \text{ mm}$ e $h = 18 \text{ mm}$. Calcule a indutância deste toróide.

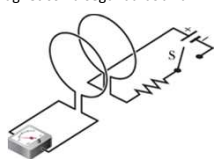
Resolução:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 9

Auto-indução

- Vimos que, quando duas bobinas estão muito próximas, a variação de i numa bobina produzirá um fluxo magnético na segunda bobina.



Variação de Φ_B

➔

Corrente/fem induzida

- A variação de i numa bobina (e consequentemente Φ_B) induzirá uma fem nela mesma. Isso é chamado de **auto-indução**.
- Processo de auto-indução:** Uma fem induzida ϵ_L aparece numa bobina (indutor) quando a corrente nesta bobina variar.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br
10

Auto-indução

- A fig. representa o processo de auto-indução.
- A **fem** que surge na bobina é chamada **fem auto-induzida**.
- A fem auto-induzida obedece a Lei de Faraday:

$$\epsilon_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d(N\Phi_B)}{dt}$$

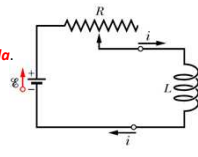
- Da definição de indução, temos:

$$L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad \therefore \quad N\Phi_B = Li$$

- Logo:

$$\epsilon_L = - \frac{d(Li)}{dt} \quad \therefore \quad \epsilon_L = -L \frac{di}{dt} \quad \text{fem auto-induzida (bobina, solenóide, toróide)}$$

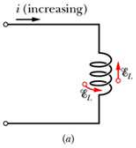
- Não importa o valor de i , mas sim sua taxa de variação.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br
11

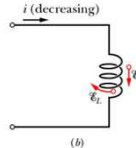
Auto-indução

- O sentido da **fem auto-induzida** é dado pela Lei de Lenz.
- A fem auto-induzida atua de modo a **se opor à variação que a produz**.
- Na Fig. a corrente aumenta (a) ou diminui (b) a uma taxa di/dt .



(a)

i cresce
 ϵ_L se opõe ao crescimento



(b)

i diminui
 ϵ_L se opõe a diminuição

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br
12

Auto-indução

Vimos que:

- Fluxos magnéticos variáveis ($d\Phi_B/dt$) geram um **campo elétrico induzido**.
- O **potencial elétrico** não tem significado para *campos elétricos induzidos*.

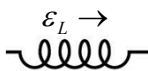
De forma similar:

- Quando uma *fem auto-induzida* é produzida num indutor, não podemos definir um potencial no interior deste indutor, onde há um $d\Phi_B/dt$.
- Podemos definir um potencial em **pontos fora desta região**, onde **E** no fio é causado por **distribuições de carga**!
- Definimos V_L como a ddp entre os terminais do indutor (fora da região de fluxo).
- Para um indutor de resistência nula: $V_L = \mathcal{E}_L$.

Exercício

Qual afirmação abaixo descreve a corrente através do indutor na figura se a fem induzida aponta como mostrado?

- A. Constante e para a direita $\mathcal{E}_L = 0$
 B. Constante e para esquerda $\mathcal{E}_L = 0$
 C. Aumentando e para direita $\leftarrow \mathcal{E}_L$
 D. Diminuindo e para esquerda $\leftarrow \mathcal{E}_L$
 E. Aumentando e para a esquerda $\mathcal{E}_L \rightarrow$



Resposta/resolução

Indutores

- Indutores são dispositivos usados para **produzir campos magnéticos** em determinada região do espaço.
- Servem para armazenar energia no campo magnético.
- São constituídos normalmente por uma bobina.
- São feitos enrolando um fio isolado ao redor de um núcleo (o indutor é um eletroímã). O núcleo pode ser ar.
- Principais aplicações incluem uso em:
 - Filtros (atenuam (**limitam**) a corrente de entrada para a saída de acordo com a frequência) (filtro passa-baixa ou passa-alta).
 - Recepções e transmissões de rádio.
 - Circuitos ressonantes.



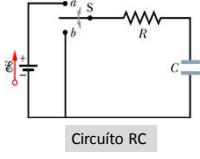
Pesquise!
p/ saber mais



Circuitos RL

RELEMBRANDO O CIRCUITO RC

- Vimos que, para um circuito RC:
 - $q(t) = C\epsilon(1 - e^{-t/RC})$ Capacitor carregando
 - $q(t) = q_0 e^{-t/RC}$ Capacitor descarregando
 - $\tau = \tau_c = RC$ Constante de tempo capacitiva
- A cte de tempo τ_c descreve tanto o **decréscimo** quanto o **aumento** de carga.
- Veremos a seguir que a situação é similar para um circuito **RL**.

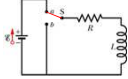


Circuito RC

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 16

Circuitos RL

- A fig. mostra um **circuito RL**.
- Ao fechar a chave "a", a corrente começa a crescer no resistor.
- Sem o indutor, a corrente atingiria seu valor estacionário ϵ/R rapidamente.
- Devido ao indutor, uma fem auto-induzida ϵ_L surge.
- ϵ_L se opõe ao aumento de i (Lei de Lenz).
- R fica sujeito à diferença entre duas fems:
 - $\epsilon = cte$ fem da bateria
 - $\epsilon_L = L \frac{di}{dt}$ fem auto-induzida
 - Sentidos contrários
- Devido ao indutor, a corrente em R será **menor** que ϵ/R .
- Quanto mais tempo passa, menor a taxa di/dt e logo a ϵ_L .

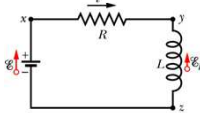


UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 17

Circuitos RL

- Aplicando a regra das malhas ao circuito RL com a chave em "a", temos:

$$\epsilon - iR - L \frac{di}{dt} = 0$$
- Resolvendo a eq. diferencial para $i(t)$, encontramos:
 - $i = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-Rt/L})$ Crescimento de corrente
 - $\tau_L = \frac{L}{R}$ Constante de tempo indutiva
- Compare com:
 - $\tau_c = RC$ Constante de tempo capacitiva
- Quando $t = \tau_L = L/R$:
 - $i = \frac{\epsilon}{R} (1 - e^{-1}) = 0,63 \frac{\epsilon}{R}$
 - τ_L é o tempo necessário para que i atinja 63% do seu valor de equilíbrio.



$$[\tau_L] = \frac{H}{\Omega} = \frac{H}{\Omega} \left(\frac{Vs}{HA} \right) \left(\frac{\Omega A}{V} \right) = s \quad \left[\frac{\epsilon_L t}{L} \right] = \left(\frac{Vs}{HA} \right) \left[\frac{Ri}{V} \right] = \left(\frac{\Omega A}{V} \right)$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 18

Circuitos RL

- Para t grande ($t \rightarrow \infty$) $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$ Indutor atua como um fio. $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$
- Quando t é pequeno (zero), $i = 0$. Indutor atua como um circuito aberto.
- A corrente começa de zero e aumenta até um máximo de $i = \mathcal{E}/R$ com uma constante de tempo de τ_L .
- A voltagem no resistor é: $V_R = iR = \mathcal{E}(1 - e^{-Rt/L})$
- A voltagem no indutor é: $V_L = \mathcal{E} - V_R = \mathcal{E} - \mathcal{E}(1 - e^{-Rt/L}) = \mathcal{E} e^{-Rt/L}$

The circuit diagram shows a battery with EMF \mathcal{E} , a switch S , a resistor R , and an inductor L in series. The top graph plots current i (A) vs time t (ms), showing an exponential rise from 0 to a steady-state value of 10 A. The bottom graph plots voltage V_L (V) vs time t (ms), showing an exponential decay from 10 V to 0 V. A red box in the top graph highlights the time constant τ_L at the point where the current reaches approximately 6.3 A.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 19

Circuitos RL

- O que acontece quando a chave S é deslocada de a para b ?
- Tínhamos, de acordo com a regra das malhas: $\mathcal{E} - iR - L \frac{di}{dt} = 0$
- Teremos agora: $iR + L \frac{di}{dt} = 0$
- O decaimento de corrente é então dado por: $i = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-Rt/L} = i_0 e^{-Rt/L}$ Decaimento de corrente $i_0 = i(t=0)$
- Voltagem no resistor: $V_R = iR = \mathcal{E} e^{-Rt/L}$
- Voltagem no indutor: $V_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{\mathcal{E}}{R} \frac{d}{dt} e^{-Rt/L} = -\mathcal{E} e^{-Rt/L}$

The circuit diagram shows a switch S that can connect a battery to a resistor R and inductor L in series (position a) or disconnect the battery and connect the resistor and inductor in a closed loop (position b). The graph plots current i (A) vs time t (ms), showing an exponential decay from 10 A to 0 A.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 20

Exercício

Um solenóide tem uma indutância de 39 mH e uma resistência de $0,28 \Omega$. Se o ligarmos a uma bateria, quanto tempo levará para a corrente atingir um terço do seu valor final de equilíbrio? [$t = 56 \text{ ms}$]

Resolução $i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L})$

Corrente de equilíbrio: $t = \infty$ $i = \frac{\mathcal{E}}{R}$

$i = \frac{\mathcal{E}}{R}(1 - e^{-Rt/L}) = \frac{1}{3} \frac{\mathcal{E}}{R}$ $t = -\frac{L}{R} \ln\left(1 - \frac{1}{3}\right)$

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA Prof. Loos Física Geral III loos.prof.ufsc.br 21

Você já pode resolver os seguintes exercícios:

Capítulo 33: **1, 5, 6, 8, 9, 13, 18, 19, 22**, 29, 30, 33, 35, 37, 38 e 42.

Livro texto: Halliday, vol. 3, 4ª edição.

Mais informações (cronogramas, lista de exercícios):

web: loos.prof.ufsc.br e-mail: marcio.loos@ufsc.br
